Epidemiologia de Doenças Transmissíveis – Aulas TP

Módulo 12 – Taxas e modelos compartimentais

1. Estima-se que, em média um indivíduo infectado com o vírus da gripe é infeccioso durante 2,5 dias.
a) Qual a taxa, c, de recuperação do estado de infeccioso ?
b) Qual a probabilidade de um infeccioso sair desse estado em 1 dia ?

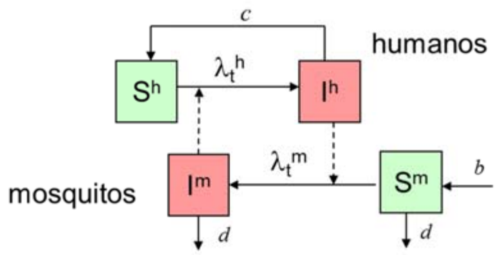
2. Em Portugal, a longevidade média dos homens e das mulheres é, respectivamente, 76 e 82 anos de idade.
a) Qual é a taxa de mortalidade de cada sexo ?
b) Qual o risco médio de morte nos homens durante 10 anos ? comente os pressupostos usados neste cálculo.

3. A difteria é causada pela bactéria *Corynebacterium diphtheriae* em que, uma vez infectados, os hospedeiros permanecem infecciosos durante aproximadamente 18 dias. Na ausência de tratamento, a difteria origina complicações que levam à morte de 5 a 10% dos infectados. Os doentes que recuperam, adquirem imunidade à bactéria, embora essa imunidade não seja em geral permanente durante toda a sua vida.
a) Com base nestes dados, esquematize um modelo compartimental gráfico para a difteria.
b) Escreva um sistema de equações às diferenças que represente este modelo.
c) Uma forma simples (embora não cobrindo todas as fontes de erro) de verificar se as equações estão correctas, consiste em somar todas as parcelas das equações e verificar o resultado final. Faça esse exercício e verifique se o resultado está de acordo com as suas expectativas.
d) Altere o modelo gráfico de forma a ter em consideração que a proporção v de recém-nascidos é imunizada por vacinação.
e) Altere o modelo gráfico original de forma a ter em consideração que muitos dos infectados (cerca de 60%) tornam-se portadores infecciosos mas assintomáticos.

4. Desenhe o modelo correspondente a estas equações e descreva por palavras o que observa:

$S_{t+1} = S_t - \lambda_t S_t + c_1 I_t$
$I_{t+1} = I_t + \lambda_t S_t - c_2 I_t - c_1 I_t$
$R_{t+1} = R_t + c_2 I_t$

5. O gráfico representa o histórico modelo Ross-MacDonald da malária, envolvendo humanos e mosquitos. O modelo admite duas categorias de indivíduos – susceptíveis e infectados – tanto nos humanos como nos mosquitos. As setas tracejadas significam apenas que a prevalência da infecção nos humanos (mosquitos) influencia a taxa com que os mosquitos (ou humanos) são infectados. O risco de infecção no instante t em humanos e mosquitos simboliza-se por λ_t^h e λ_t^m, *c* é a probabilidade de recuperação em humanos e *d* e *b* são as taxas *per capita* de morte e nascimento, respectivamente.



a) Escreva as equações às diferenças do modelo
b) Enumere os principais factores que teria de ter em atenção ao construir uma equação para os riscos de infecção λ_t^h e λ_t^m.

6. Este exercício consiste em construir em folha de cálculo (e.g. excel) um modelo da dinâmica de epidemias, como a gripe ou o sarampo, bem representadas pelo esquema SEIR em grandes populações. O sistema que representa estas doenças é:

$$S_{t+1} = S_t - \lambda_t S_t$$
$$E_{t+1} = E_t + \lambda_t S_t - f E_t$$
$$I_{t+1} = I_t + f E_t - cI_t$$
$$R_{t+1} = R_t + cI_t$$

sendo $\lambda_t = \beta I_t$ o risco de infecção no time step (t, t+1).

a) Abra o excel e, no canto superior esquerdo, crie um espaço onde possa introduzir os parâmetros do modelo:
- duração do time-step, T (explo: 0.5 dia)
- tamanho da população, N (use N=10000)
- Duração do período de latência, *1/f* (na unidade usada para T)
- Duração do período de infecciosidade, *D* (na unidade usada para T)
- R_0

b) Crie no canto superior direito um espaço onde são calculados automaticamente os parâmetros decorrentes dos que introduziu em a):
- coef de transmissibilidade $\beta = R_0 T/DN$
- probabilidade de conversão de latentes em infecciosos, f = *f.T*
- probabilidade de recuperação dos infecciosos, *c=1/D.T*

c) Use os seguintes parâmetros para a gripe e o sarampo (uma doença de cada vez, começando pela gripe),
Gripe - Período de latência: *1/f = 2 dias*; Período de infecciosidade: *D = 2 dias*
Sarampo - Período de latência: *1/f = 4 dias*; Período de infecciosidade: *D = 7 dias*

d) Por baixo dos espaços acima descritos, crie 6 colunas que serão:

t (nº do time-step), nº susceptiveis, nº latentes, nº infecciosos, nº imunes, nº de novos infecciosos aparecidos no time-step. A imagem ilustra o aspecto destas 6 colunas,

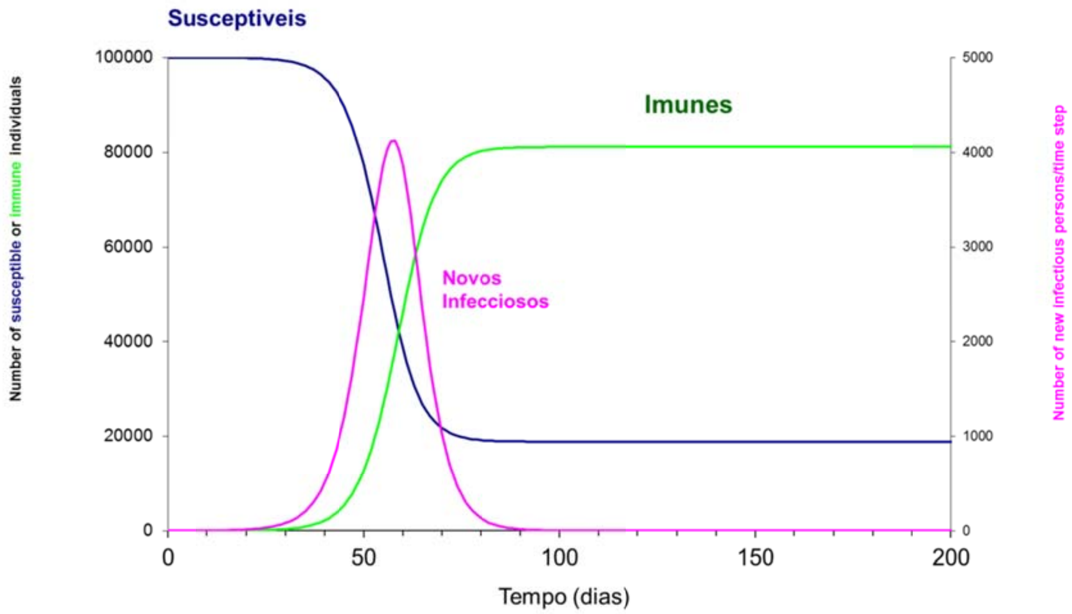
t	Nº de indivíduos no inicio do time-step que são:				Novos infecciosos
(dias)	S	E	I	R	durante o time-step
0	99999	0	1	0	--
1	99998	0,99999	0,5	0,5	0
2	99997,5	0,99999	0,749995	0,75	0,499995
...	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**

Construa a 1ª linha (t=0) introduzindo 1 infeccioso numa população totalmente susceptível: S=N-1, E=0, I=1, R=0

e) Use as equações às diferenças para construir as restantes linhas ao longo do tempo (t=1, 2, 3, ...).

Cálculo dos susceptíveis no instante t: $S_t=S_{t-1} - \beta*I_{t-1}*S_{t-1}$
Cálculo dos latentes no instante t: $E_t = E_{t-1} + \beta*I_{t-1}*S_{t-1} - f*E_{t-1}$
Cálculo dos infecciosos no instante t: $I_t = I_{t-1} + f*E_{t-1} - c*I_{t-1}$
Cálculo dos imunes no instante t: $R_t = R_{t-1} + c*I_{t-1}$
Cálculo dos novos infecciosos em (t, t+1): $f*E_{t-1}$

f) Faça um gráfico com os resultados finais. Por exemplo:



g) Em cada doença, manipule a duração do time-step (T=1, 0.75, 0.5, 1.5, 2, 3,...) e veja o efeito.