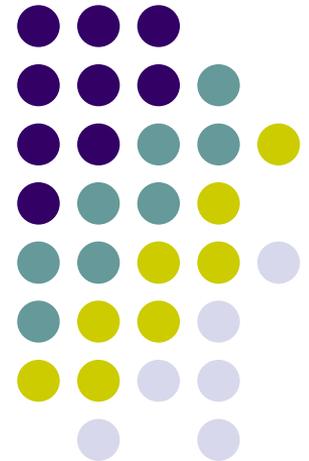
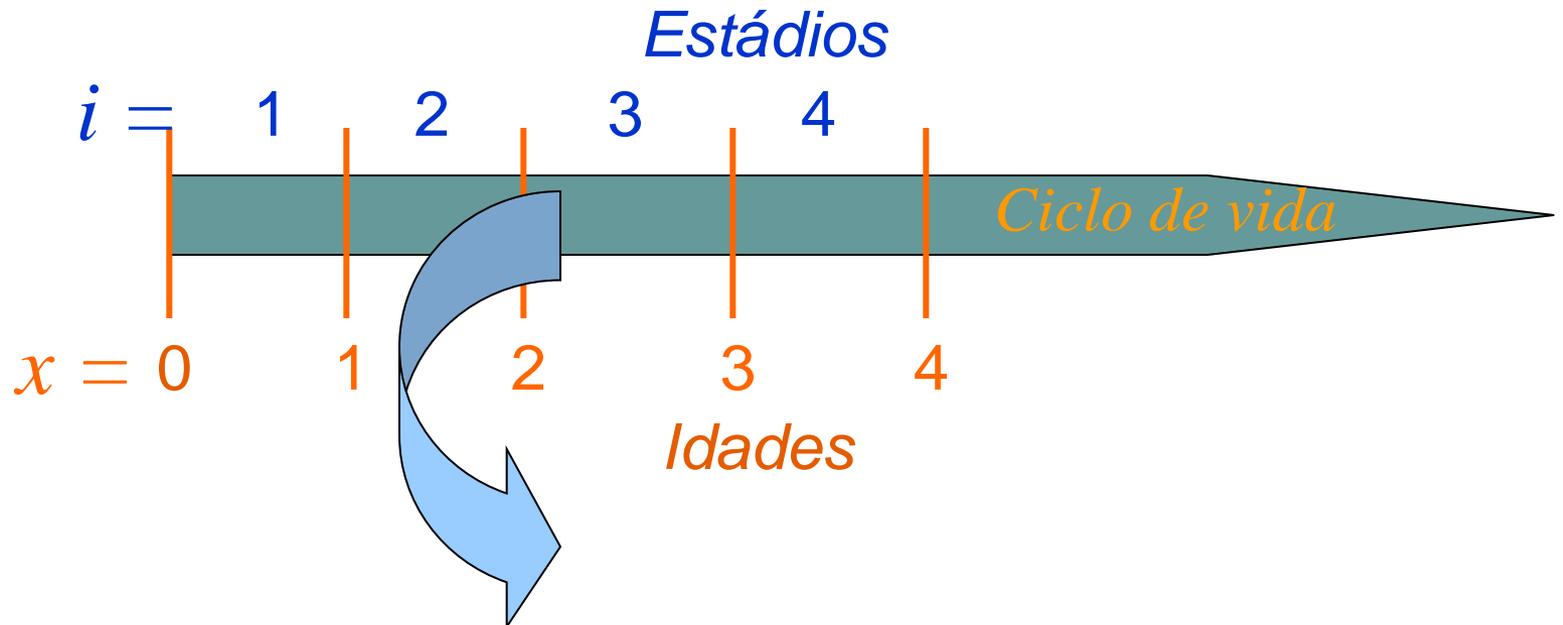


O Gráfico do Ciclo de Vida

Módulo 10

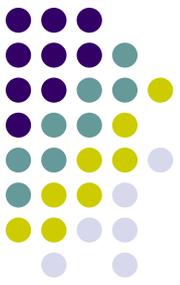


Ciclo de Vida por idades



Pressuposto:
homogeneidade de taxas vitais
intra-idades

Dificuldades com a idade



1. Nem sempre é possível determinar a idade
2. Ciclos de vida complexos - *e.g.* reprodução sexuada + reprodução vegetativa
3. As taxas vitais estão melhor associadas a outras variáveis
(*e.g.* tamanho corporal ou o estágio de desenvolvimento).

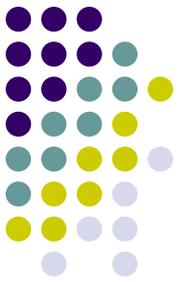
O crescimento por vezes é muito plástico e indivds com idade igual têm tamanho muito diferente.

Divisão do Ciclo de Vida



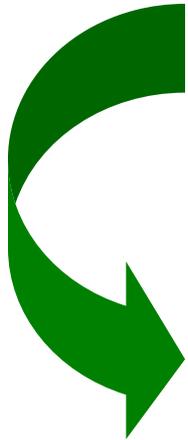
Critérios para a divisão do CV

1. Indivíduos do mesmo estágio devem ter taxas demográficas mto parecidas.
2. Os estádios são exclusivos e exaustivos



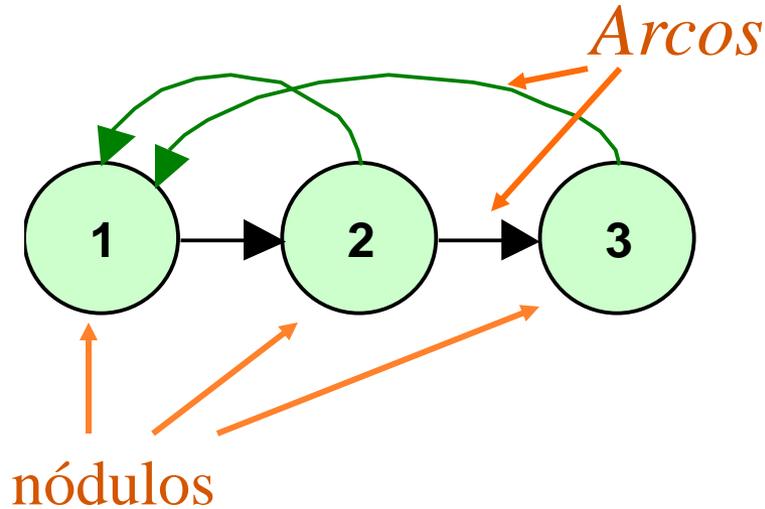
O gráfico do ciclo de vida (GCV)

Representação do ciclo de vida dividido em estádios

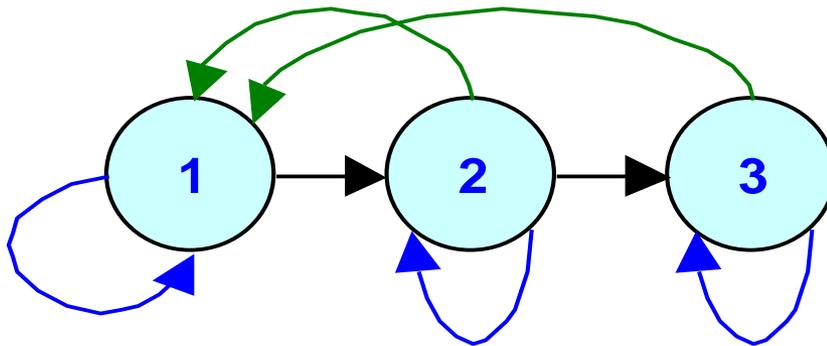


O Gráfico do Ciclo de Vida

2 Exemplos

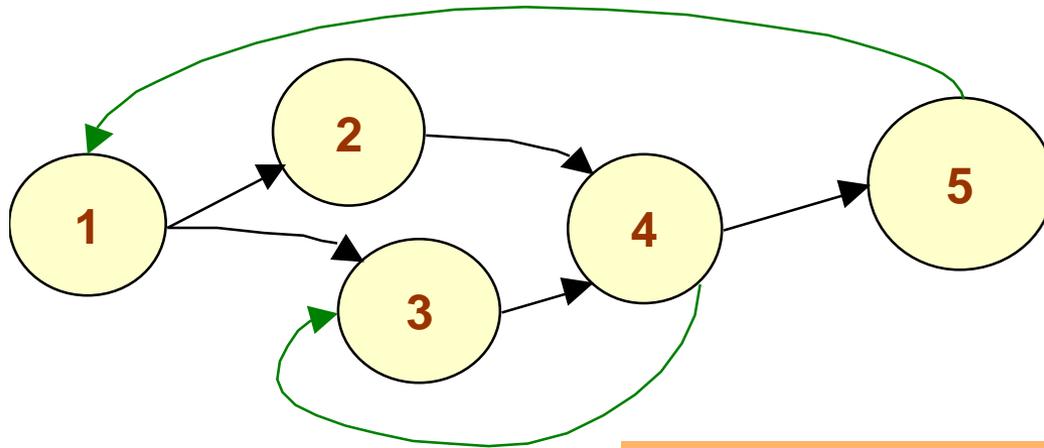


- 3 Estádios
- Estádios 2 e 3 reproduzem-se
- Recém-nascidos entram no estágio 1



Os indivíduos permanecem no mesmo estágio quando se avança de t para $t+1$

Outro exemplo



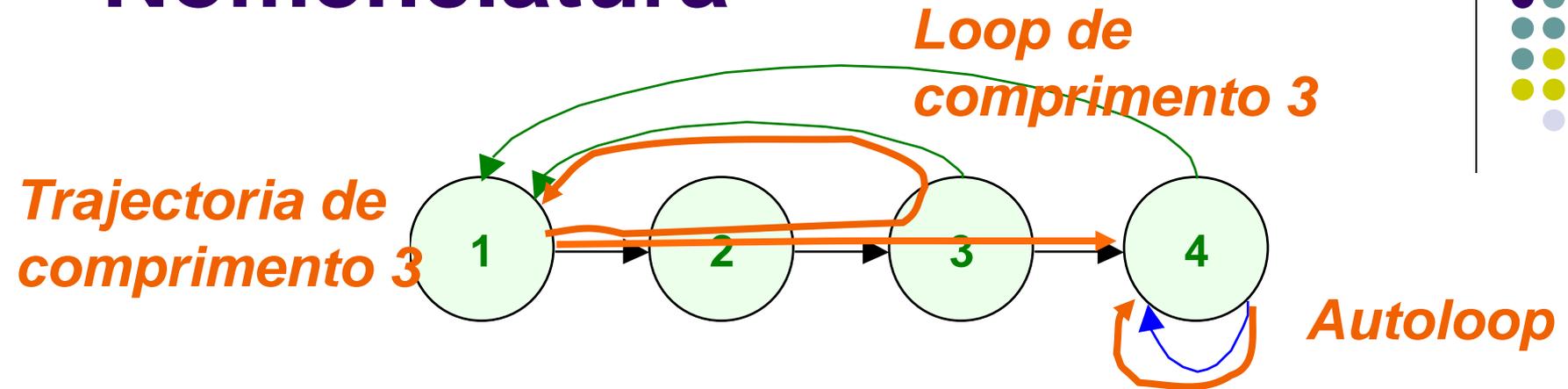
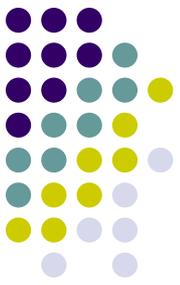
- 5 Estádios
- Estádio 5 tem reprodução sexuada
- Estádio 4 tem reprodução vegetativa

Regras para o GCV



1. Associar cada estádio a um nódulo. Numerar os nódulos $i = 1, 2 \dots s$.
2. Desenhar um arco, a unir o nódulo i ao nódulo j se indivíduos no estádio i podem contribuir com indivíduos (por crescimento ou reprodução) para o estádio j no intervalo de projecção $(t, t+1)$.

Nomenclatura



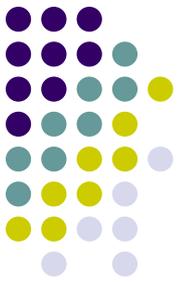
Trajectória - sequência de arcos seguindo a direcção das setas

Comprimento de uma trajectória - número de arcos que a trajectória tem

Loop - trajectória que termina e acaba no mesmo nóculo

Auto-loop - loop de comprimento 1, ligando um nóculo a si próprio

O GCV e a matriz de projecção

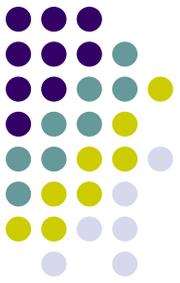


Cada *GCV* origina uma matriz de projecção



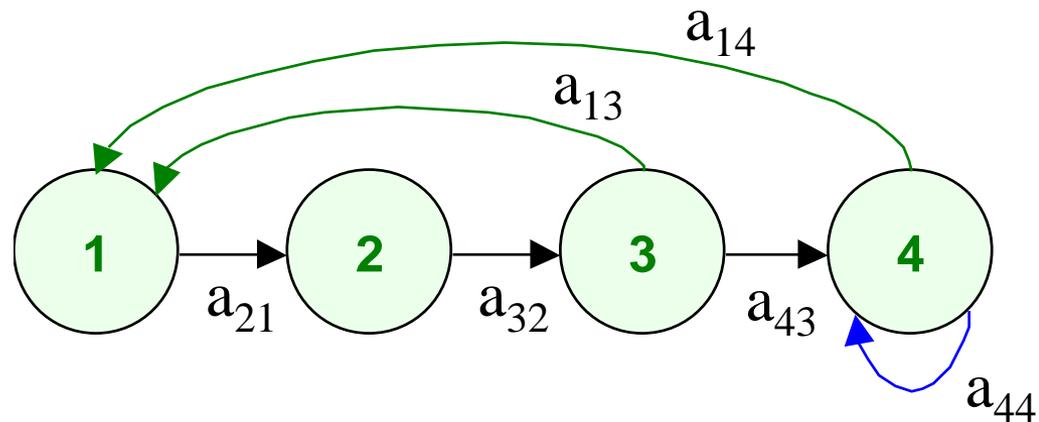
Lefkovitch (1965)

Arcos do GCV: a 1ª regra

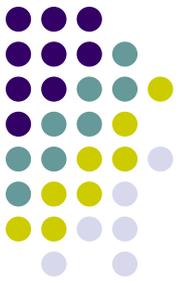


Identificar o arco que vai do nó j para i por a_{ij}

a_{ij} = Núm indivs de j que transitam para (ou nascem em) i , por indivíduo de j , durante o intervalo $(t, t+1)$.

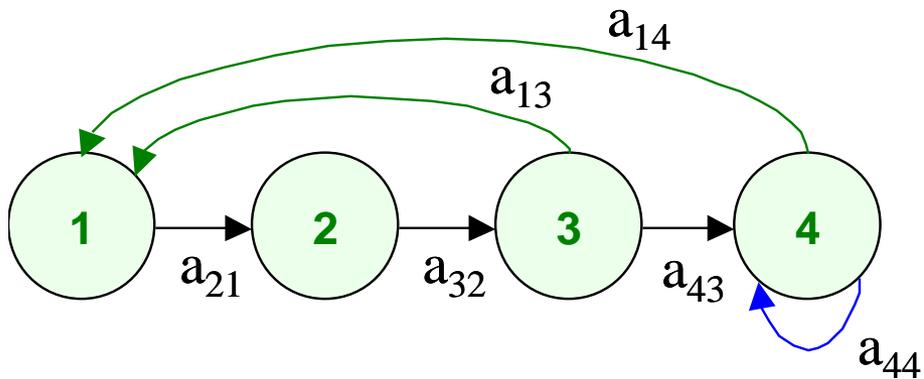


Elementos da matriz: a 2ª regra



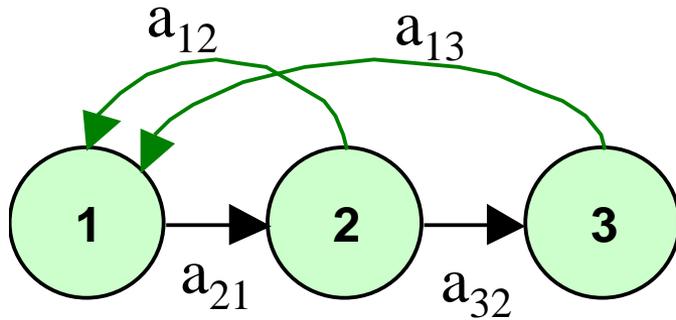
A matriz de projecção é quadrada
Dimensão = número de nódulos do GCV

O elemento da coluna j , linha i , é o próprio a_{ij}

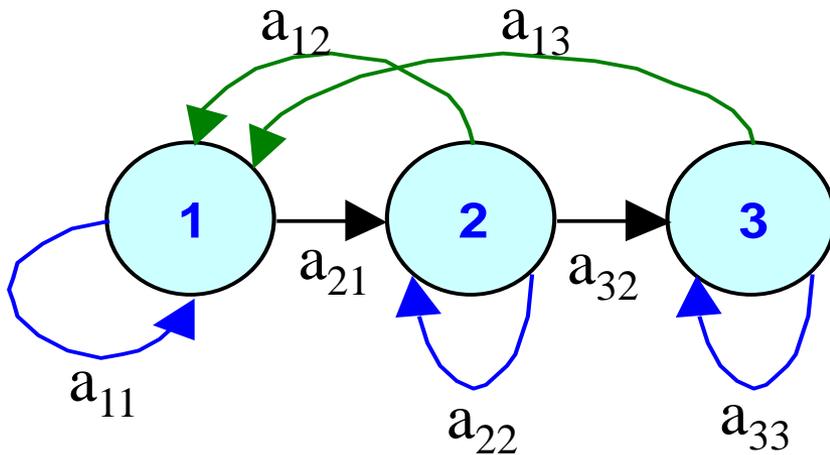


$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

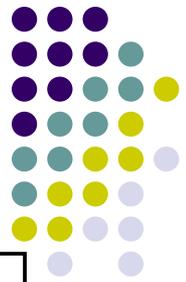
2 exemples



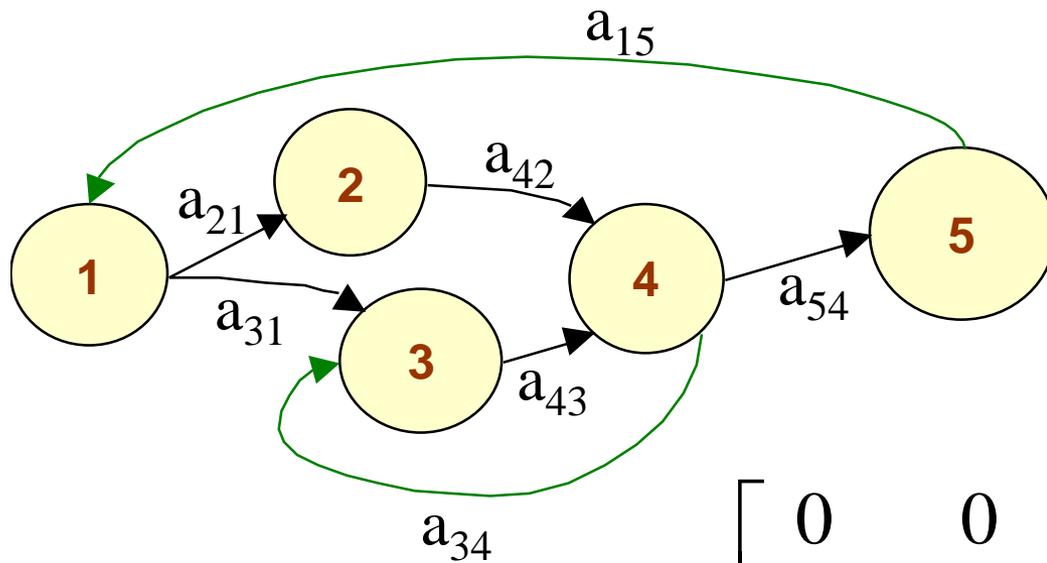
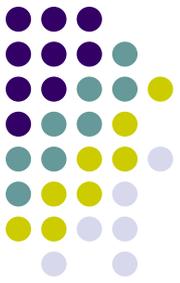
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

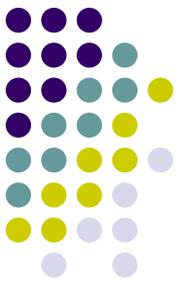


Outro exemplo



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & a_{15} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & a_{34} & 0 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & 0 \end{bmatrix}$$

Comparação de definições (sobrevivência)



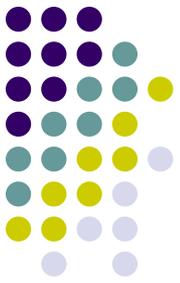
a_{ij} = Núm indivs de j que transitam para i , por indivíduo de j , durante $(t, t+1)$.

P_i

Probabilidade de que 1 indivíduo no estágio i , no instante t , sobreviva e esteja no estágio $i+1$ no census de $t+1$

a_{ij} generaliza a transição de i para $i+1$
para: de i para j

Comparação de definições (Reprodução)



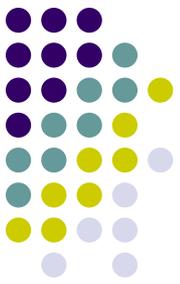
a_{ij} = Núm indivs que nascem em i , por indivíduo de j , durante $(t, t+1)$.

F_i

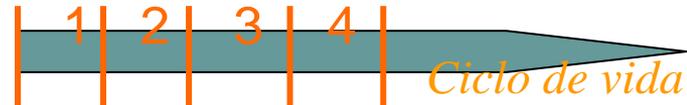
Número filhas viáveis duma fêmea no estágio i , produzidas durante o intervalo de projecção $(t, t+1)$.

*a_{ij} refere-se a qquer sexo e inclui clones
Os descendentes podem aparecer em qquer i*

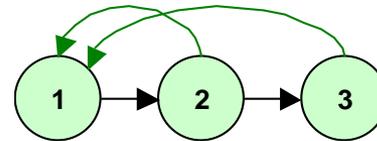
Metodologia geral



Divisão do CV



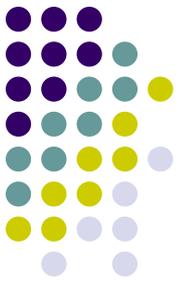
Construção do GCV



Construção da matriz generalizada de projecção (MGP)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

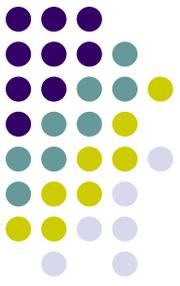
Regras sobre o intervalo de projecção



O intervalo de projecção $(t, t+1)$ é sempre constante

Duração intervalo projecção \leq Duração do menor estádio

As regras de projecção aplicam-se



Dados: $\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \dots \\ N_s \end{bmatrix}, \mathbf{A}$

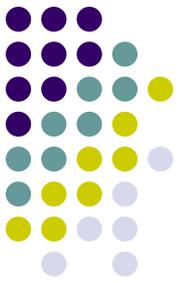
$$\mathbf{N}_{t+1} = \mathbf{A} \mathbf{N}_t$$

$$\mathbf{N}_{t+n} = \mathbf{A}^n \mathbf{N}_t$$

λ é o primeiro autovalor de \mathbf{A}

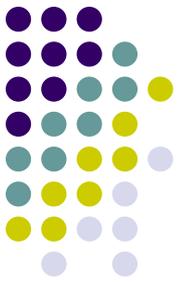
DEE é o correspondente autovector

Atribuição de valores aos a_{ij}



Seguir as transições dos indivíduos entre estádios de t para $t+1$, mas ...

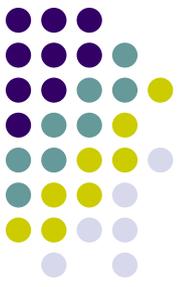
- Alguns indivíduos não mudam de estádio
- Um estádio pode ter continuidade em 2 (ou +) estádios diferentes



t		t+1
N_1	$\xrightarrow{m_{11}}$	N_1
N_2	$\xrightarrow{m_{21}}$	N_2
N_3		N_3
N_4		N_4

m_{ij} = Núm indivíduos que
passou de j para i
(em $t, t+1$)

Organização dos dados



Estádios (j) em t

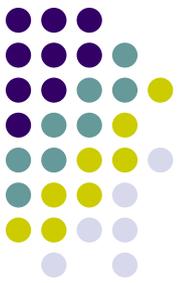
	1	2	3	4
Total	10	30	20	16
Estádios (i) em $t+1$				
1	3			
2	4	15		
3		8	12	
4		1	3	4
Mortes	3	6	5	12

m_{21}

m_{33}

$$a_{ij} = \frac{m_{ij}}{m_{1j} + m_{2j} + \dots + m_{ij}}$$

indivíduos de j que passaram para i
total de indivíduos em j no instante t



Exemplificação numérica

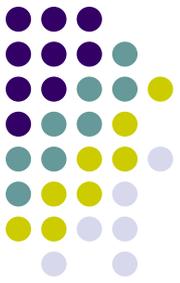
	1	2	3	4
Total	10	30	20	16
1	3			
2	4	15		
3		8	12	
4		1	3	4
Mortes	3	6	5	12

$$a_{11} = \frac{3}{10} = 0.3 \quad a_{22} = \frac{15}{30} = 0.5$$

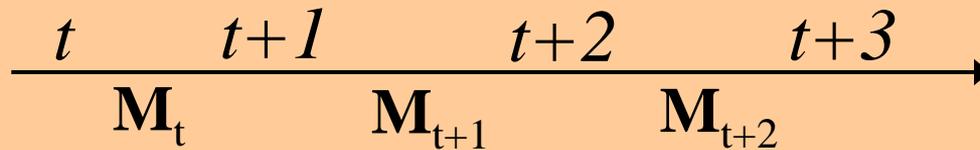
$$a_{21} = \frac{4}{10} = 0.4 \quad \text{Etc.}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.27 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0.15 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Várias transições



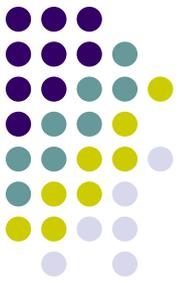
$$\mathbf{M}_t = [m_{ij}]$$



$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_t + \mathbf{M}_{t+1} + \mathbf{M}_{t+2}$$

Usar $a_{ij} = \frac{m_{ij}}{m_{1j} + m_{2j} + \dots + m_{ij}}$ A partir de \mathbf{M}

Fertilidade



	1	2	3	4
Total	10	30	20	16
1	3			
2	4	15		
3		8	12	
4		1	3	4
Mortes	3	6	5	12

Estádios parentais em t

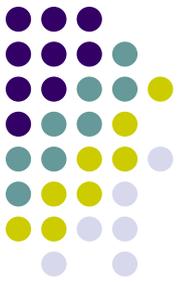
	1	2	3	4
1				40
2				
3				
4				

Estádios receptores em $t+1$

Fertilidade em $(t, t+1)$

$$2.5 = \frac{40}{16}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 & 2.5 \\ 0.4 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.27 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0.15 & 0.25 \end{bmatrix}$$



Situação frequente



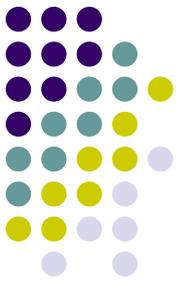
Estádio	Duração do Estádio (anos)	Sobrevivência	Fertilidade
Ovos	1	0.6747	0
Juvenis pequenos	7	0.7857	0
Juvenis grandes	8	0.6758	0
Subadultos	6	0.7425	0
Adultos	>30	0.8091	179.4

Tartaruga marinha
Caretta caretta

a_{ij}



Adaptações da definição de a_{ij}

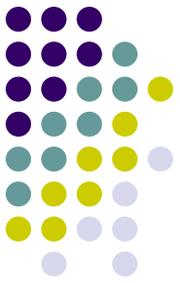


a_{ij} = Núm indivs de j que transitam para i , por indivíduo de j , durante $(t, t+1)$.

a_{ij} = Probab de um indiv "estar pronto para transitar" de j para i
×
Probab de sobreviver durante $(t, t+1)$.

"Estar pronto para transitar" = ter vivido número mínimo de unidades de tempo em i

Probabilidade de estar pronto para transitar para fora do estádio j



$$F_j = \frac{(1-S)S^{n-1}}{1-S^n}$$

Probab de um indiv ter vivido $n-1$ unidades tempo dentro do estádio j

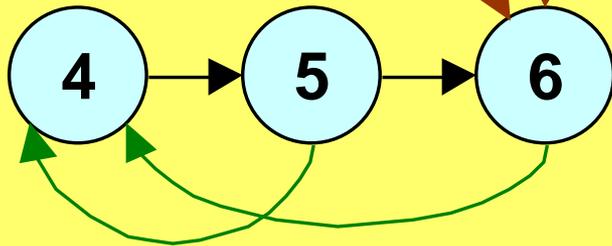
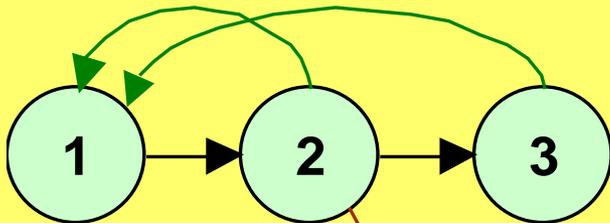
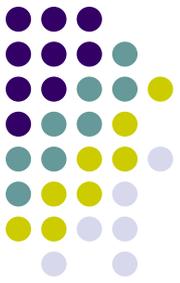
n = número de unidades de tempo em que o estádio é dividido

S = taxa de sobrevivência por unidade tempo, dentro do estádio j

$$a_{ij} = F_j S$$

Probab de estar pronto para transitar para fora de j e sobreviver durante $(t, t+1)$

Heterogeneidade espacial



Arctic Ground-Squirrel (Alaska)

Copyright 1998 - Monte M. Taylor

Matriz de Leslie

$$\begin{bmatrix}
 0 & F_1 & F_2 & 0 & 0 & 0 \\
 P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & F_5 & F_6 \\
 0 & M_{5,2} & 0 & P_4 & 0 & 0 \\
 0 & M_{6,2} & M_3 & 0 & P_5 & 0
 \end{bmatrix}$$

Matriz de Leslie