A coorte – módulo 4
Introdução à Demografia

Objecto de estudo

$$\lambda = S_t (1 + b_t)$$

Taxa média de incremento

Mto jovens, velhos $\Rightarrow A = 1 - S_t$

Idades intermédias $\Rightarrow$ *b*

$$\begin{bmatrix} N_0 \\ N_1 \\ \dots \\ N_L \end{bmatrix}$$

Estrutura etária

Para conhecer λ (ou *r*):

- Estrutura etária
- Como varia S com a idade ?
- Como varia a fecundidade com a idade ?
- *Como combinar tudo isto ?*

A coorte

$$\begin{bmatrix} N_0 \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \dots \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} N_0 \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \dots \end{bmatrix}$$

ano t *ano t+1*

Coorte = Classe anual

Conjunto de todos os individuos nascidos no mesmo intervalo de tempo ao longo de toda a sua vida

Idades	1996	1997	1998	1999	2000	2001
0	**1000**					
1		**800**				
2			**600**			
3				**450**		
4					**300**	
5						**150**

Coortes e população

Coorte de 1996

Coorte de 1995

1996	1997	1998	1999	2000	2001
1000	1100	980	1020	975	1151
750	800	735	811	820	740
620	625	600	583	605	570
435	455	425	450	470	440
315	280	326	276	300	305
128	155	162	130	155	150

Taxa de sobrevivência da idade *x*

x designa idade; x = 0, 1, 2, ..., L

N_x é o número de indivíduos no início da idade x

Taxa de sobrevivência da idade x

$$S_x = \frac{N_{x+1}}{N_x}$$

Idades	1996	1997
x	**N_x**	
$x+1$		**N_{x+1}**

$$S_0 = \frac{800}{1000} = 0.8 \qquad S_1 = \frac{600}{800} = 0.75$$

Idades	1996	1997	1998
0	**1000**		
1		**800**	
2			**600**

S_x é uma probabilidade

Taxa de sobrevivência da idade x

$$S_x = \frac{N_{x+1}}{N_x}$$

Idades	1996	1997
x	$\mathbf{N_x}$	
$x+1$		$\mathbf{N_{x+1}}$

$$0 < S_x < 1$$

Probabilidade de um indivíduo na idade *x*

chegar vivo à idade x+1, *condicional a estar vivo em x*

Taxa de sobrevivência *até à idade x*

Taxa de sobrevivência <u>até à</u> idade x

$$l_x = \frac{N_x}{N_0}$$

Probabilidade de um recém-nascido chegar vivo ao início da idade x

$$l_0 = \frac{1000}{1000} = 1$$

$$l_1 = \frac{800}{1000} = 0.8$$

$$l_2 = \frac{600}{1000} = 0.6$$

$$l_3 = \frac{450}{1000} = 0.45$$

Idades	1996	1997	1998	1999	2000
0	**1000**				
1		**800**			
2			**600**		
3				**450**	
4					**300**

Relação entre S_x e l_x

$$S_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \qquad l_x = S_0 S_1 S_2 ,\dots, S_{x-1}$$

Exemplos:

$$S_4 = \frac{l_5}{l_4} = \frac{\frac{N_5}{N_0}}{\frac{N_4}{N_0}} = \frac{N_5}{N_4}$$

$$l_3 = S_0 S_1 S_2 = \frac{N_1}{N_0}\frac{N_2}{N_1}\frac{N_3}{N_2} = \frac{N_3}{N_0}$$

Taxa de mortalidade da idade x

Taxa de mortalidade da idade x

$$q_x = 1 - S_x$$

$$q_x = 1 - S_x = 1 - \frac{N_{x+1}}{N_x} = \frac{N_x - N_{x+1}}{N_x} = \frac{D_x}{N_x}$$

Idades	1996	1997
x	N_x	
		D_x
$x+1$		N_{x+1}

D_x = Número de mortos com x anos idade

A coorte em tempo contínuo

Variação instantânea do número indivíduos com x anos idade:

$$\frac{dN}{dx} = -D_x$$

Define-se: $$\mu_x = \frac{D_x}{N_x}$$ *A taxa instantânea de mortalidade da idade x*

Então, $$\frac{dN}{dx} = -\mu_x N_x$$

Uma equação diferencial, parecida com: $$\frac{dN}{dt} = rN$$

Decair contínuo da coorte

Assumindo μ_x *constante entre* x *e* $x + \Delta x$

Solução:

$$N_{x+\Delta x} = N_x e^{-\mu_x \Delta x}$$

No caso particular em que: Δx *= 1 unid idade (e.g. 1 ano)*

$$N_{x+1} = N_x e^{-\mu_x}$$

Relação com a taxa de sobrevivência

Usando a mesma unidade de idade Δ x=1:

$$S_x = \frac{N_{x+1}}{N_x} \qquad N_{x+1} = N_x e^{-\mu_x}$$

Donde:

$$S_x = e^{-\mu_x}$$

$$\mu_x = -Ln\ S_x$$

Mortalidade constante

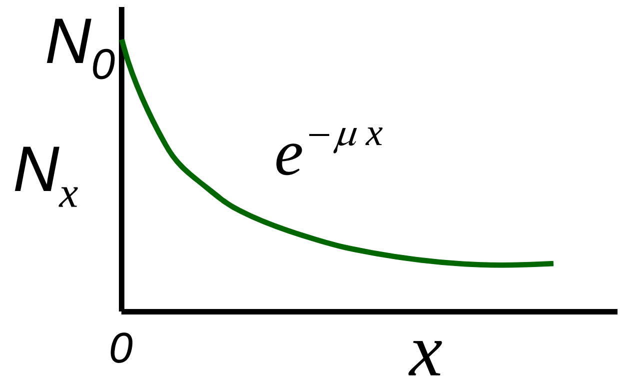
Recordar a equação geral.

Assumindo μ_x constante entre x e $x+\Delta x$

$$N_{x+\Delta x} = N_x e^{-\mu_x \Delta x}$$

No caso particular em que μ_x é constante para todas as idades:

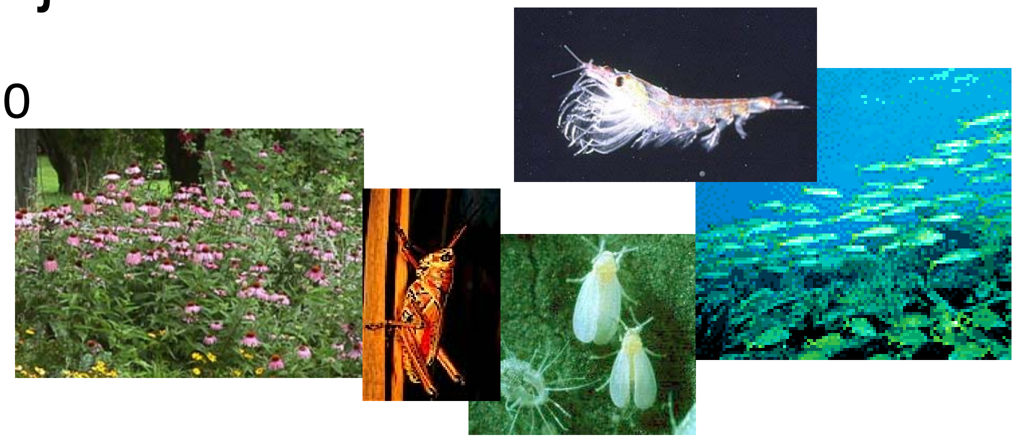
$$N_x = N_0 e^{-\mu x}$$



Variação da sobrevivência com a idade

- Investimento na sobrevivência desde muito cedo
  - adiamento da idade de 1ª maturação
  - longevidade elevada

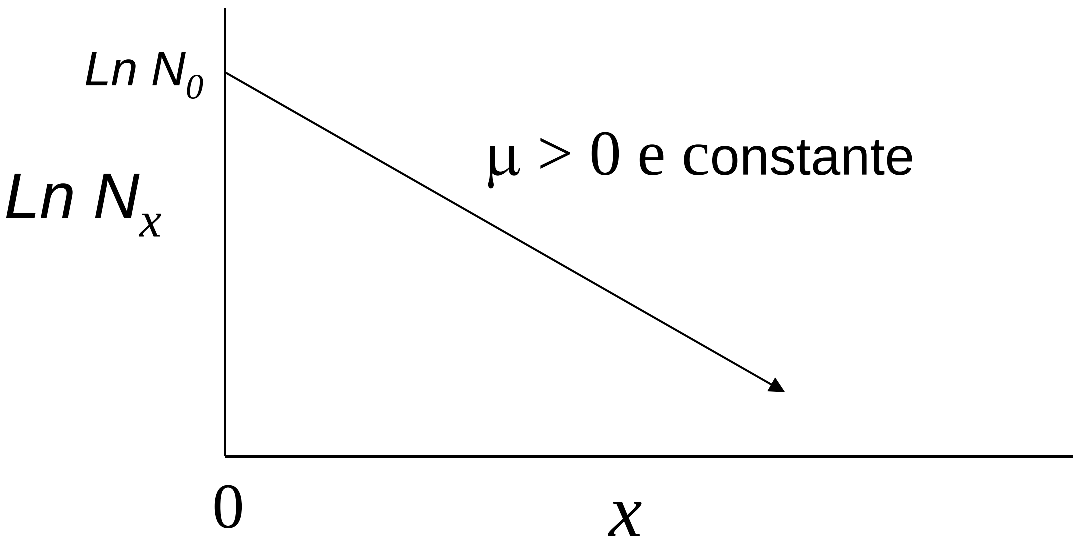
- Elevada mortalidade juvenil
  - 1ª maturação muito cedo
  - longevidade baixa

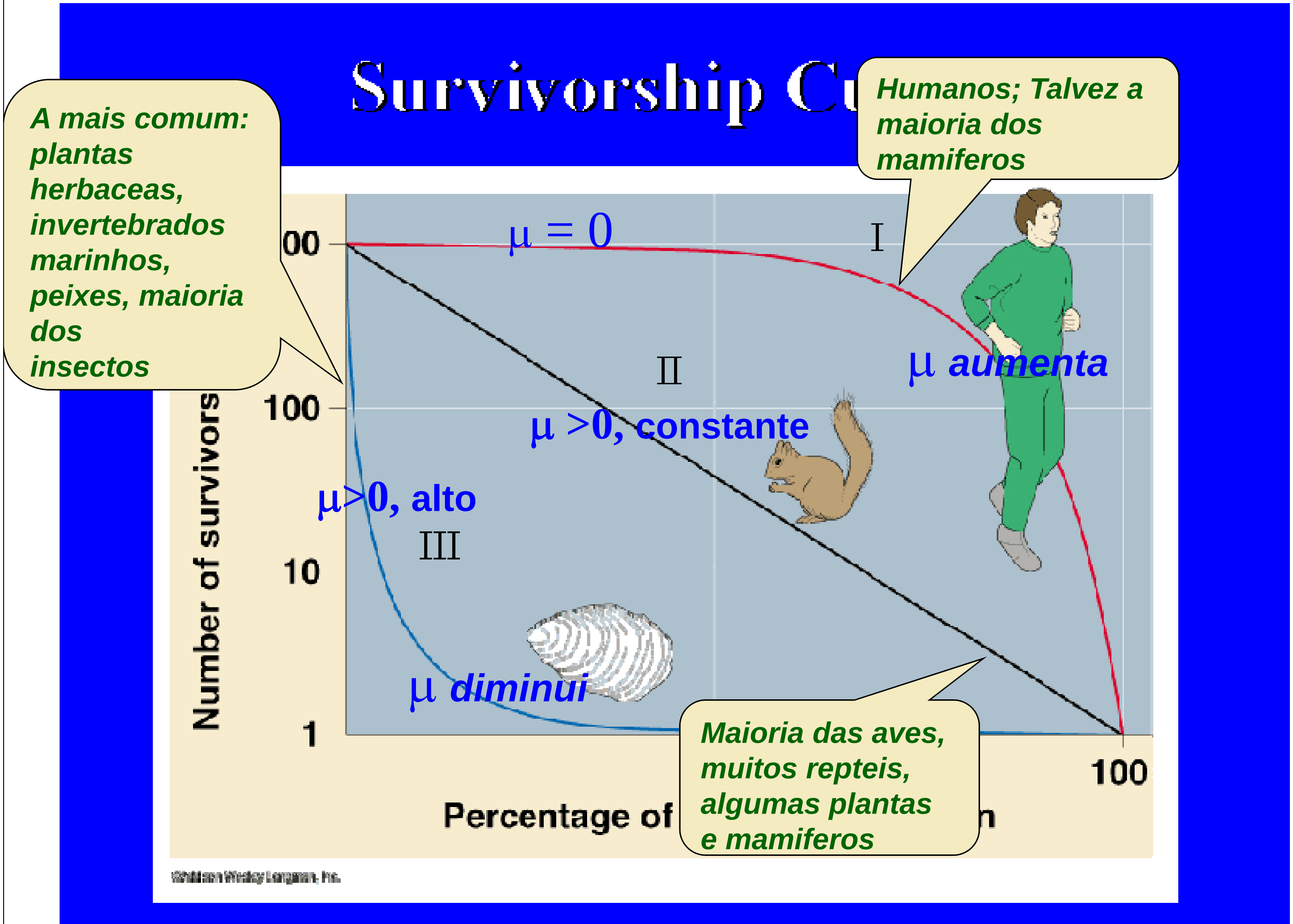


Curvas de sobrevivência

$$N_x = N_0 e^{-\mu x}$$

$$\boxed{Ln\, N_x = Ln\, N_0 - \mu\, x}$$





Survivorship Cu
A mais comum: plantas herbaceas, invertebrados marinhos, peixes, maioria dos insectos
Humanos; Talvez a maioria dos mamiferos
μ = 0
I
II
III
μ aumenta
μ >0, constante
μ>0, alto
μ diminui
00
100
10
1
Number of survivors
100
Percentage of
n
Maioria das aves, muitos repteis, algumas plantas e mamiferos

Como representar $\overline{N_x}$?

NOTA: $N_{x+1} = N_x e^{-\mu_x}$ $\quad N_x = N_0 e^{-\mu x}$

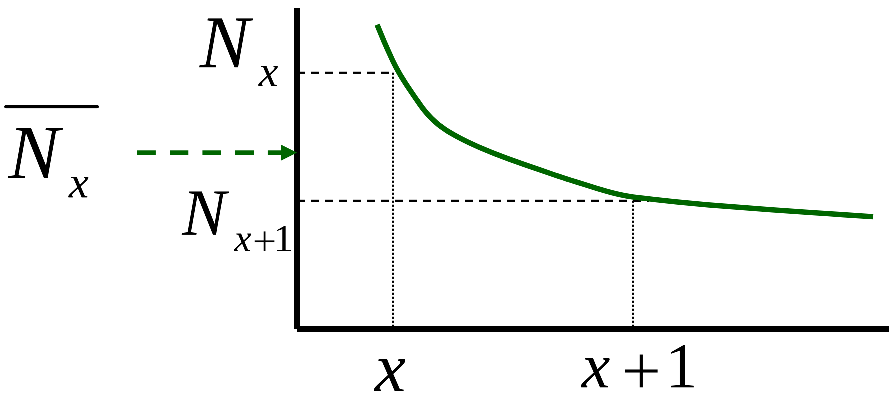
Permitem calcular N_x exactamente com x anos de idade

Mas em geral dispõe-se de um valor médio de N_x porque:

- *Estimar a abundância da população leva tempo*
- *Muitas vezes a abundância é feita a partir de 1 ano de capturas*

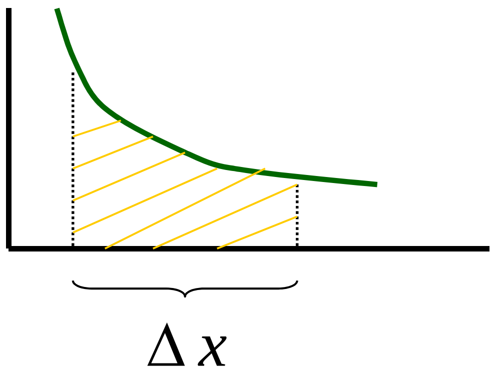
Como representar $\overline{N_x}$ *?*

Significado geométrico



$$\overline{N}_x = \frac{N_x + N_{x+1}}{2}$$

Sobreestima o verdadeiro $\overline{N}_x$



Forma correcta:

$$\overline{N}_x = \frac{1}{\Delta x}\int_0^{\Delta x} N_x e^{-\mu_x x}\,dx$$

$\overline{N_x}$

$$\overline{N_x} = \frac{N_x}{\mu_x}\left(1 - e^{-\mu_x}\right)$$