Estrutura etária

Módulo 6

Projecções e Previsões

$$\begin{bmatrix} N_0 \\ N_1 \\ N_2 \\ \ldots \end{bmatrix}$$

Estrutura Etária ?

Prever Prever o futuro.

Projectar Prever o futuro sob pressupostos especificados

Os pressupostos dizem directa ou indirectamente respeito a:

$$\begin{bmatrix} l_0 \\ l_1 \\ l_2 \\ \ldots \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ \ldots \end{bmatrix}$$

Exemplos de pressupostos

Os actuais vectores $\begin{bmatrix} l_0 \\ l_1 \\ l_2 \\ \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ \dots \end{bmatrix}$ mantêm-se constantes nos próximos anos

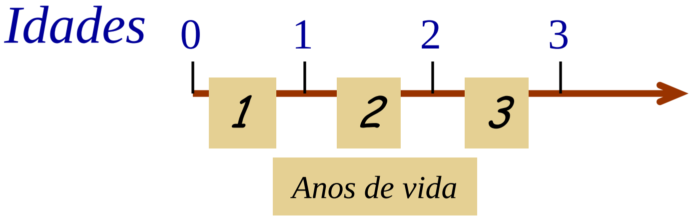
Vai ser intensificada a captura de animais com 2 ou mais anos de idade (l_3, l_4, l_5, ... diminuem)

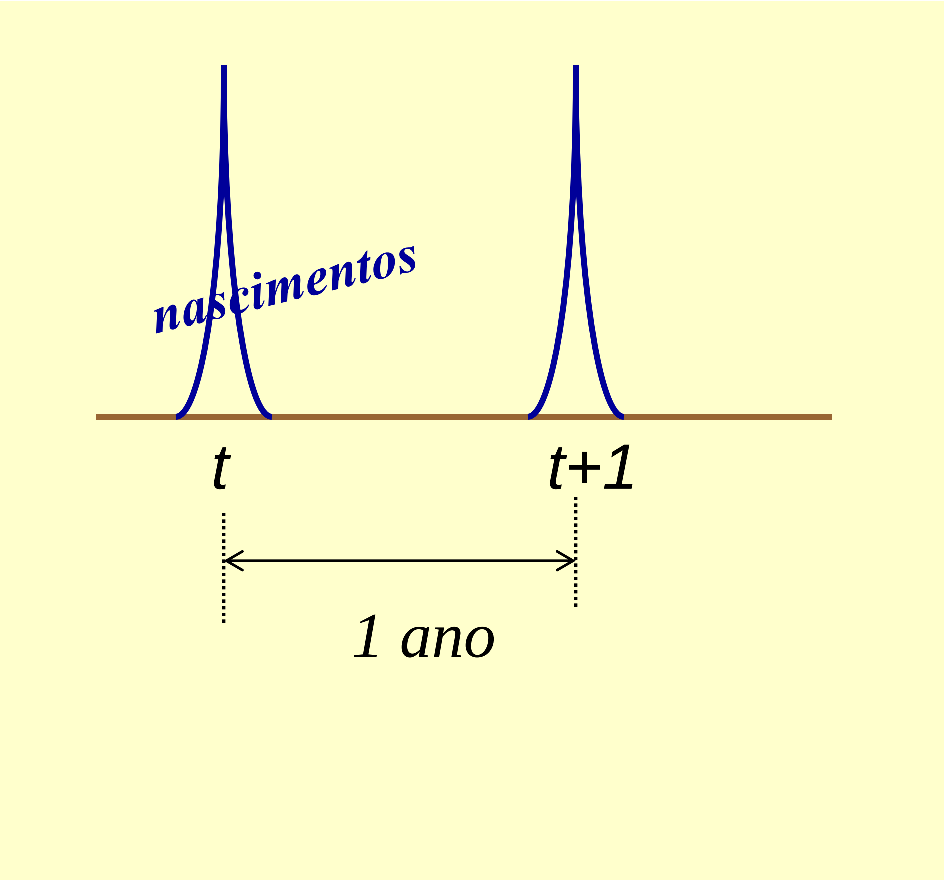
Vão ser tomadas medidas de protecção na epoca de nidificação m_0, m_1, m_2, ... aumentam; l_1 tambem pode aumentar

Uma população hipotética

x	l_x	S_x	m_x
0	1.000	0.240	0
1	0.240	0.242	20
2	0.058	0.000	24
3	0.000	-	-

Não há indivíduos com 3 anos de idade i.e. há 3 anos de vida





Projecção dos sobreviventes em t+1

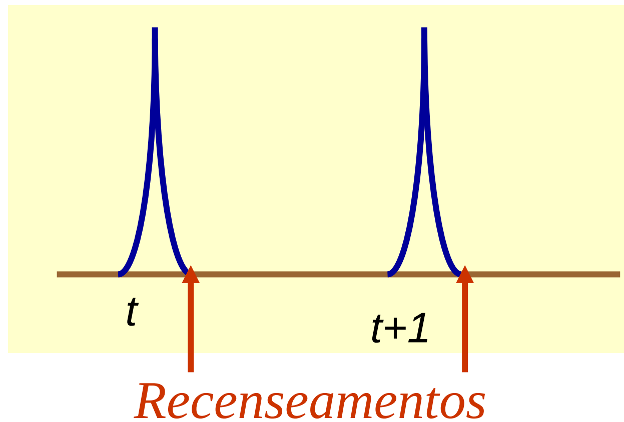
x	l_x	S_x	m_x
0	1.000	0.240	0
1	0.240	0.242	20
2	0.058	0.000	24
3	0.000	-	-

Aplicando S_x

x	*t*		*t+1*
0	1000		
1	1000	1000×0.24	240
2	1000	1000×0.242	242
3	0	1000×0	0

Projecção dos recem-nascidos

x	l_x	S_x	m_x
0	1.000	0.240	0
1	0.240	0.242	20
2	0.058	0.000	24
3	0.000	-	-



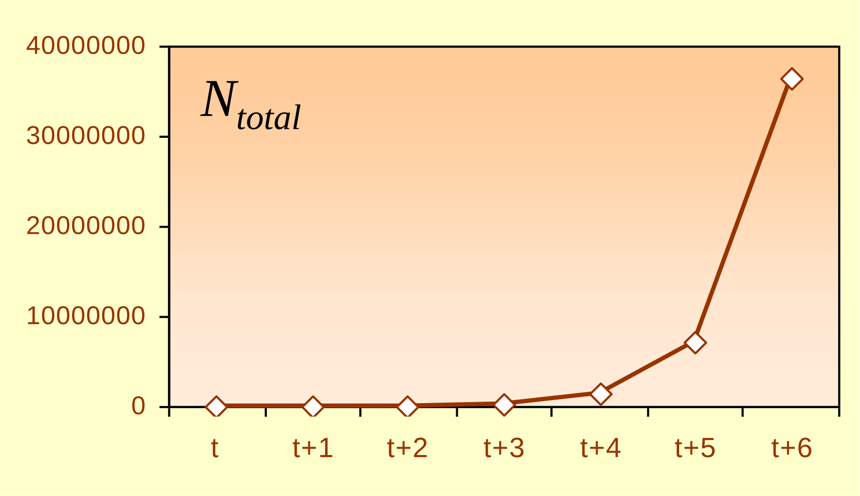
x	t	$t+1$
0	1000	10608
1	1000	240
2	1000	242
3	0	0

$42 \times m_2 = 5808$

$$\begin{array}{r} 4800 \\ +\,5808 \\ \hline 10608 \end{array}$$

Projecções até t+6 com taxas vitais constantes

x	*t*	*t+1*	*t+2*	*t+3*	*t+4*	*t+5*	*t+6*
0	1000	10608	52312	265886	1349171	6846645	34744535
1	1000	240	2546	12555	63813	323801	1643195
2	1000	242	58	616	3038	15443	78360
TOTAL	3000	11090	54916	279057	1416022	7185889	36466090



Taxas de crescimento

$$\frac{N_{t+1}}{N_t} = \lambda_t = e^r \quad \therefore \quad r = Ln\,\frac{N_{t+1}}{N_t}$$

Referem-se ao intervalo (t, t+1)

x	l_x	S_x	m_x	$l_x\, m_x$
0	1.000	0.240	0	0.00
1	0.240	0.242	20	4.80
2	0.058	0.000	24	1.39
3	0.000	-	-	

R_0 = 6.19

Refere-se a 1 geração

$$\lambda_{x,t} = \frac{N_{x,t+1}}{N_{x,t}}$$

x	*t*	*t+1*	*t+2*	*t+3*	*t+4*	*t+5*	*t+6*
0	10.608	4.931	5.083	5.074	5.075	5.075	5.075
1	0.240	10.608	4.931	5.083	5.074	5.075	5.075
2	0.242	0.240	10.621	4.932	5.083	5.074	5.075
TOTAL	3.697	4.952	5.082	5.074	5.075	5.075	5.075

$$r_{x,t} = Ln\,\lambda_{x,t}$$

x	*t*	*t+1*	*t+2*	*t+3*	*t+4*	*t+5*	*t+6*
0	2.362	1.596	1.626	1.624	1.624	1.624	1.624
1	-1.427	2.362	1.596	1.626	1.624	1.624	1.624
2	-1.419	-1.428	2.363	1.596	1.626	1.624	1.624
TOTAL	1.307	1.600	1.626	1.624	1.624	1.624	1.624

A Distribuição Etária Estável (DEE)

N_x e N_{tot}

x	t	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	t+6
0	1000	10608	52312	265886	1349171	6846645	34744535
1	1000	240	2546	12555	63813	323801	1643195
2	1000	242	58	616	3038	15443	78360
TOTAL	3000	11090	54916	279057	1416022	7185889	36466090

A DEE !

$\frac{N_x}{N_{tot}}$

x	t	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	t+6
0	0.333	0.957	0.953	0.953	0.953	0.953	0.953
1	0.333	0.022	0.046	0.045	0.045	0.045	0.045
2	0.333	0.022	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002
TOTAL	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

A proporção em cada idade estabiliza

O 1º teorema da Demografia

Se l_x e m_x se mantêm constantes:

1. *Há um periodo de transição e depois:*
2. *λ_x e λ tornam-se constantes*
3. *N_x e N_{tot} crescem geométricamente*
4. *A população atinge a DEE*

Alfred Lotka, 1880-1949

Patrick Leslie, 1900-1972

Formalmente ...

Após a transição

População total: $$N_t = N_0 \lambda^t = N_0 \, e^{rt}$$

População por idade: $$N_{x,t} = N_{x,0} \lambda^t = N_{x,0} e^{r_x t}$$

Em particular, para os nascimentos:

$$B_t = B_0 \lambda^t = B_0 \, e^{rt}$$

Uma via rápida para a DEE

$$C_x = \frac{\text{Número indivíduos na idade } x}{\text{Número total de indivíduos}}$$

Quantos há na idade x no ano t ?

(*Número nascimentos x anos atrás*) . l_x

Recorde-se: $B_t = B_0 \, e^{r\,t}$

Ou, contando o tempo em idades: $B_t = B_0 \, e^{r\,x}$

Numero nascimentos x anos atrás : $B_0 = B_t \, e^{-r\,x}$

A equação da DEE

Número de indivíduos na idade x $B_t\, e^{-r\,x} l_x$

Somando para todas as idades

$$\underbrace{B_t e^{-r0} l_0}_{\text{Nascimentos em t} = B_t} + B_t e^{-r1} l_1 + B_t e^{-r2} l_2 + \ldots = \sum_{x=0}^{L} B_t\, e^{-r\,x} l_x$$

Finalmente:

$$C_x = \frac{\cancel{B_t} e^{-rx} l_x}{\sum_{x=0}^{L} \cancel{B_t} e^{-rx} l_x}$$

$$\boxed{C_x = \frac{e^{-rx} l_x}{\sum_{x=0}^{L} e^{-rx} l_x}}$$

Revendo a nossa capacidade de projectar o futuro

Dados [l_x] e r, assumindo que não se alteram:

Quantos haverá no total:

$$N_t = N_0 \lambda^t = N_0 e^{rt}$$

Qual a proporção em cada idade

$$C_x = \frac{e^{-rx} l_x}{\sum_{x=0}^{L} e^{-rx} l_x}$$

DEE com r=0 (ZPG)

N_t constante, significa que $r = 0$, $\lambda = 1$

Se [l_x] [m_x] constantes e r = 0

População entra em DEE, mas N_{tot} e N_x não variam

População estacionária = em equilíbrio = = ZPG

A população estacionária

- *Sobrevivência por idade (S_x ou l_x) constantes ao longo dos anos*
- *Recrutamento anual constante*

A DEE

S_x	x	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
0.55	**0**	1200	700	1500	800	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
0.85	**1**		660	385	825	440	550	550	550	550	550	550
0.35	**2**			561	327	701	374	468	468	468	468	468
0.15	**3**				196	115	245	131	164	164	164	164
	4					29	17	37	20	25	25	25
TOTAL						**2285**	**2186**	**2186**	**2202**	**2207**	**2207**	**2207**

Coorte = população !

2000	*2001*	*2002*	*2003*	*2004*	*2005*
1000	1000	1000	1000	1000	1000
550	550	550	550	550	550
374	468	468	468	468	468
245	131	164	164	164	164
17	37	20	25	25	25
2186	**2186**	**2202**	**2207**	**2207**	**2207**

Só em estacionaridade é legítimo usar a LT vertical

Dois tipos de LT

Idades	1996	1997	1998	1999	2000	2001
0	**1000**					
1	**750**	**800**				
2	**625**		**600**			
3	**435**			**450**		
4	**330**				**300**	
5	**140**					**150**

x	*Nx*	*Sx*	*lx*	*Dx*	*qx*
0	**1000**				
1	**800**				
2	**600**				
3	**450**				
4	**300**				
5	**150**				

LT da coorte
LT horizontal
LT longitudinal

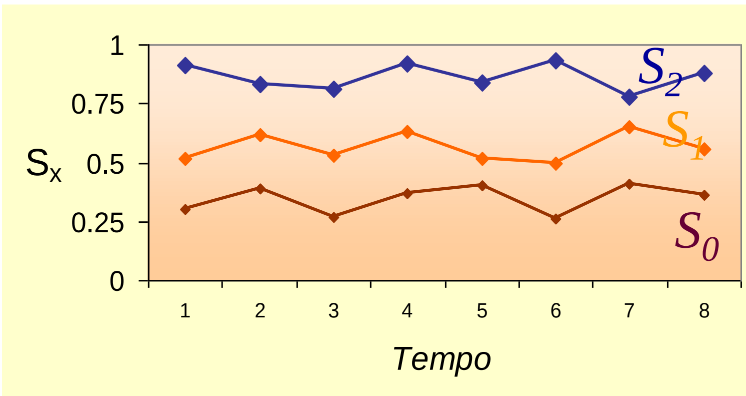
Sempre legítima

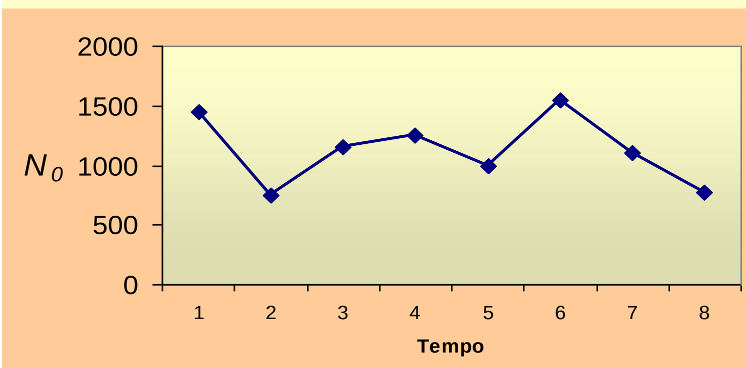
x	*Nx*	*Sx*	*lx*	*Dx*	*qx*
0	**1000**				
1	**750**				
2	**625**				
3	**435**				
4	**330**				
5	**140**				

LT vertical
LT estática

Assume estrutura etária estacionária

Há populações estacionárias na natureza ?





σ^2 *baixo*

Estacionaridade aproximada

Revisão

População com Distrib Etária Estável

$[l_x]$ $[m_x]$ constantes ao longo do tempo

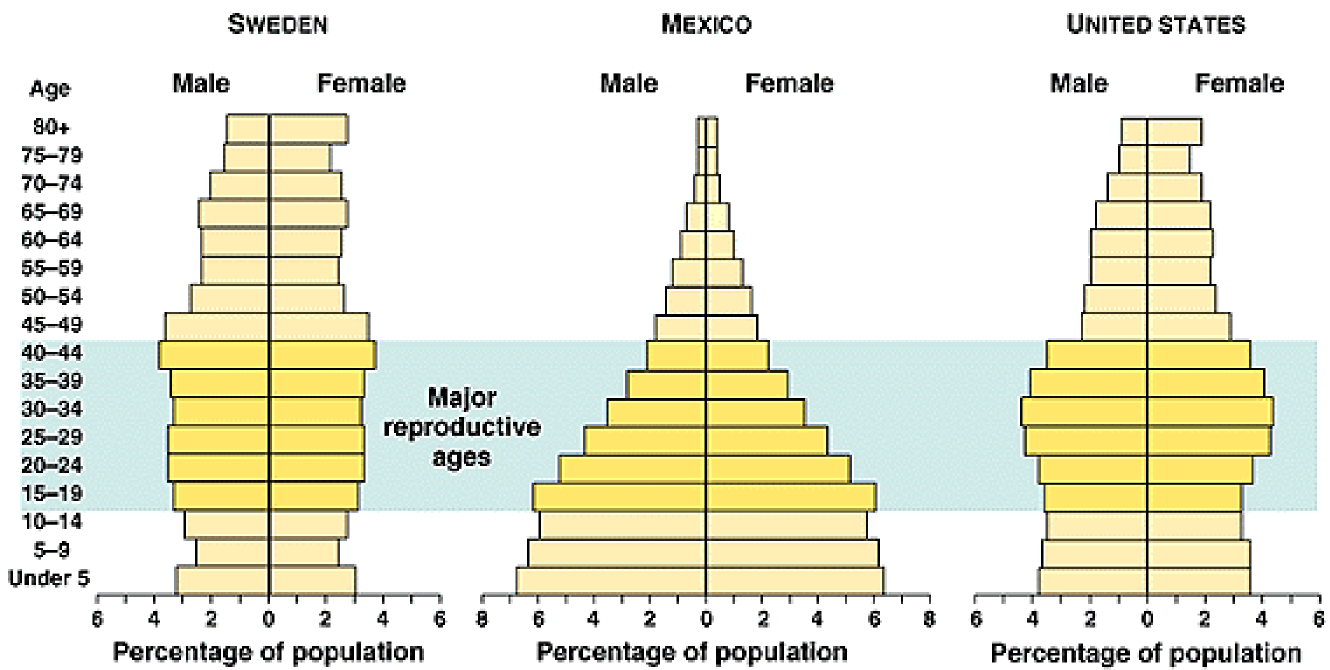
Proporção de indivíduos estabiliza;
Se $r>0$, número de indivíduos cresce geométricamente

População estacionária

$[l_x]$ $[m_x]$ constantes, $r = 0$

Proporção <u>e</u> número de indivíduos estabilizam
Coorte = população

Pirâmides etárias humanas



Crescimento nulo	Crescimento rápido	Crescimento lento
Dinamarca	Quénia	Australia
Portugal	Nigéria	Canadá
Austria	Afeganistão	
Italia	Arábia Saudita	

Determinantes da forma da pirâmide

$$N_x = N_{tot} C_x$$

Igual para todas as idades

"Molda" a forma da pirâmide

Recordando: $$C_x = \frac{e^{-rx} l_x}{\sum_{x=0}^{L} e^{-rx} l_x}$$

Determina a forma da pirâmide

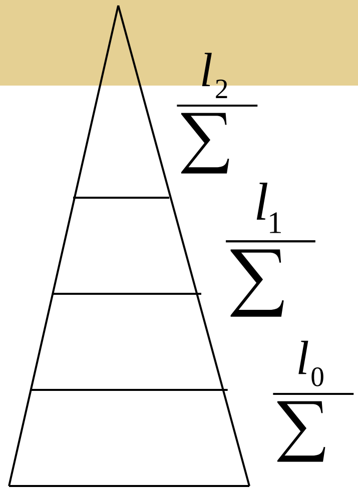
Igual para todas as idades

$$C_x = \frac{e^{-rx} l_x}{\sum_{x=0}^{L} e^{-rx} l_x}$$

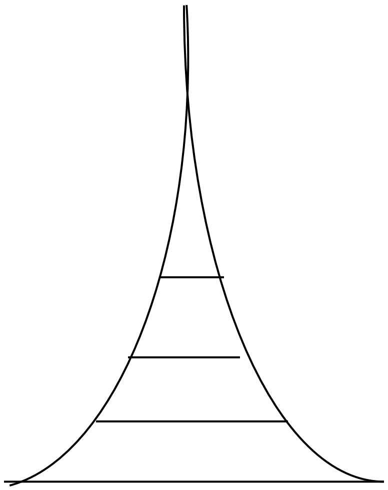
r = 0   A população não varia

$$e^{-r\,x} l_x \longrightarrow l_x \text{ “molda” a pirâmide}$$

$$l_0 = 1, \quad l_0 \geq l_1 \geq l_2 \geq l_3 \ldots$$



r > 0   A população cresce (b>d)



$e^{-rx} l_x$ “molda” a pirâmide, mas ... $0 < e^{-r\,x} < 1$

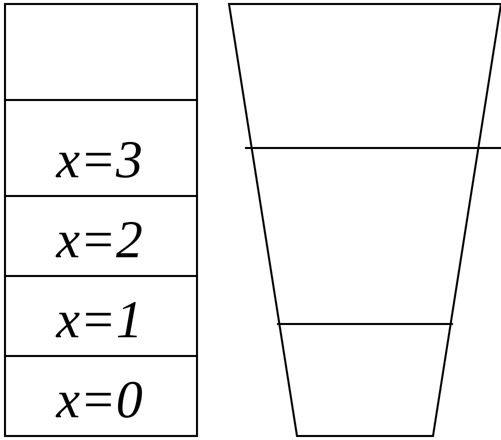
$e^{-rx} l_x$ Diminui mais depressa que l_x

$r < 0$ A população decresce (b<d)

$e^{-rx} l_x$ "molda" a pirâmide, mas ... $e^{-(-r)x} > 1$

e^{rx} Aumenta com x e contraria a diminuição de l_x

Pode-se ter: $e^{r0} l_0 \leq e^{r1} l_1 \leq e^{r2} l_2 \leq e^{r3} l_3$ ...



Tendências gerais

Populações em crescimento

Dominância das idades mais jovens

Populações em decréscimo ou estacionárias

Maior importância das idades médias e velhas