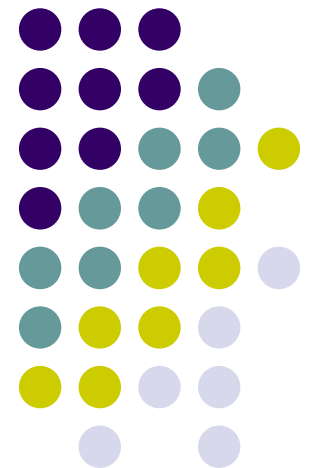


Redes

Redes não aleatórias



Quem é que te arranhou emprego ?



- Entrevistas a dezenas de pessoas de todas as classes sociais (1969)
- “- Foi um amigo próximo ?”
- “- Não, foi apenas um conhecido”

Os “conhecimentos superficiais” têm grande importância p/ o fluxo da informação



Mark Granovetter. 1973.
The strength of weak ties. *Am J Sociology*, **78**(6):1360-1380.

Círculos de amigos

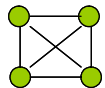
A e B são amigos
A também é amigo de C
então...
... provavelmente B e C são amigos

(isto não é o mundo de Erdos-Rényi !)

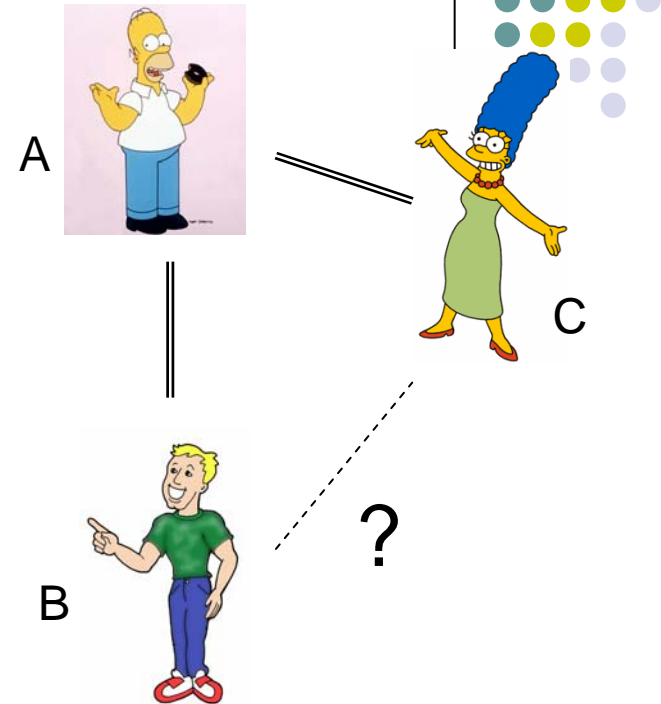
Redes sociais:
Os nós integram em geral triângulos

Mais do que isso...

Integram em geral grafos completos (= redes completas, *clusters*)



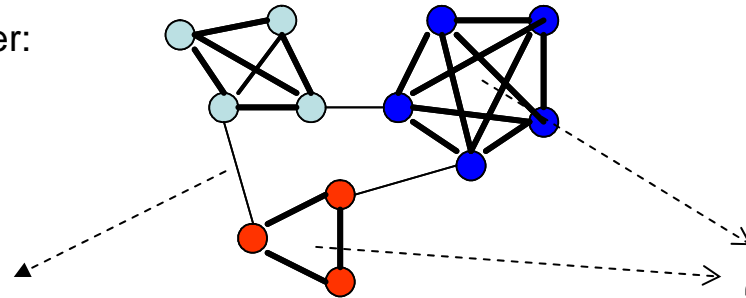
Num grafo completo existem todas as ligações possíveis entre os nós



Ligações “fortes” e “fracas”



O mundo de Granovetter:



Unidos por ligações fracas
ou “pontes”

“Clusters” de ligações fortes
(grafos completos, ou cliques)

Uma rede de grafos completos NÃO é uma rede aleatória

... mas está mais de acordo com a nossa experiência de redes... sociais

Que consequências tem remover uma ligação forte para a distância média (d) entre dois nódulos na rede ? - *Nenhuma ! A coerência da rede mantém-se.*

As ligações mais importantes para a rede não colapsar são as fracas
("The strength of weak ties")



Coeficiente de *clustering*

Coef clustering - medida do grau de agrupamento dos nódulos

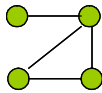
Número máximo de ligações num conjunto de N nódulos

Quantas maneiras possíveis há de combinar N elementos 2 a 2 ?

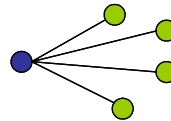
$$C_2^N = \frac{N!}{2(N-2)!} = \frac{N(N-1)(N-2)!}{2(N-2)!} = \frac{N(N-1)}{2}$$

$$L_{m\acute{a}x} = \frac{N(N-1)}{2}$$

Coefic clustering (C) = Número ligações existentes / $L_{m\acute{a}x}$



$$C = 4/6$$



$$C = 0/6$$

Coef *clustering* numa rede aleatória



L = número de ligações existentes na rede

$$C_{aleat} = \frac{L}{N(N-1)/2} = \frac{2L}{N(N-1)}$$

Número médio de ligações por nóduo:

$$\langle k \rangle = \frac{2L}{N}$$

donde,

$$C_{aleat} = \frac{\langle k \rangle}{N-1} \approx \frac{\langle k \rangle}{N}$$

Em redes aleatórias, C depende do tamanho da rede ! É em geral mto pequeno

$\langle k \rangle$ tem de aumentar com N para C manter o mesmo valor

Coef *clustering* em redes reais



Granovetter visualizou um mundo de C's muito elevados

Quanto são os C's em redes reais ?

Rede de colaborações entre actores de Hollywood (filmes / partilha de 1 actor)

Rede eléctrica dos EUA (geradores e transformadores / cabos de alta tensão)

Rede de neurónios do nemátodo *Caenorhabditis elegans*

	N	$\langle k \rangle$	d real	d aleatório	C real	C aleatório
Actores de filmes	225226	61	3,65	2,99	0,79	0,00027
Rede eléctrica	4941	2,67	18,7	12,4	0,08	0,0005
<i>C. elegans</i>	282	14	2,65	2,25	0,28	0,05
Teias tróficas (espécies / relações tróficas) Internet e WWW Rede metabólica intra-celular (moléculas / reacções químicas)					Observado	$\frac{\langle k \rangle}{N}$

As redes reais estão organizadas em clusters - não são aleatórias !

C é independente de N em redes reais



Uma vez que $C_{aleat} \approx \frac{\langle k \rangle}{N}$

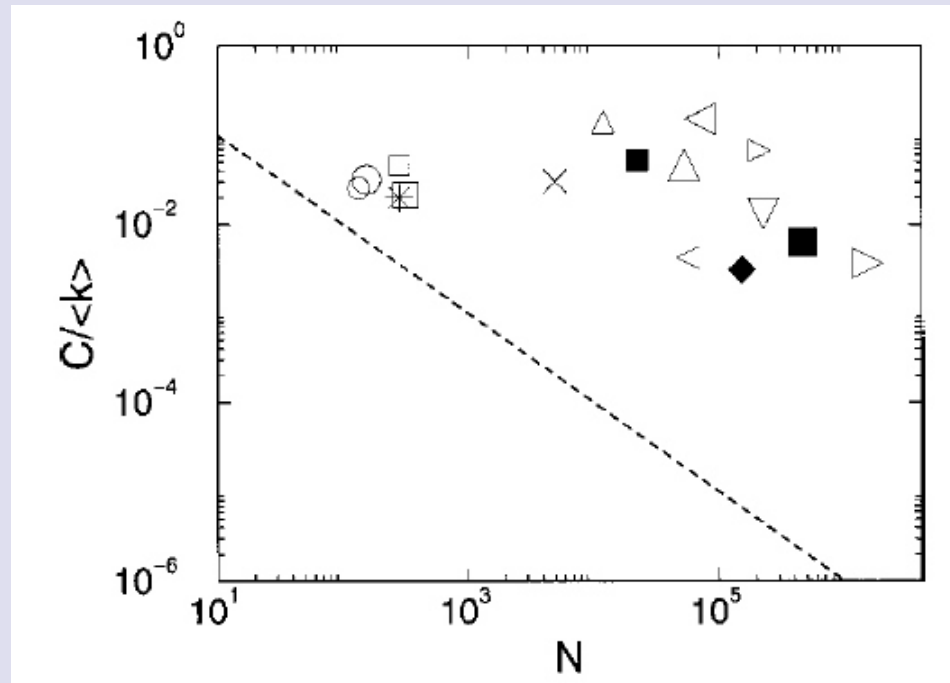
Em redes aleatórias espera-se

$$\text{Log} \frac{C}{\langle k \rangle} = -\text{Log} N$$

Contudo...

O grau de “clustering” é quase independente de N

(Tal como em redes regulares)

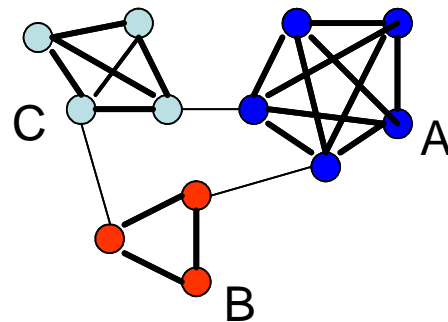


A contradição



- Uma rede com C elevado não é um *small world*

A distância média entre 2 nós numa rede com muitos grafos completos é muito alta



$A \rightarrow B \text{ ou } C, d=3$

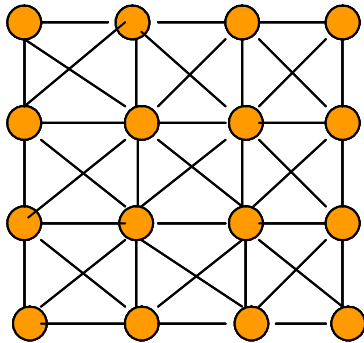
Características da redes reais



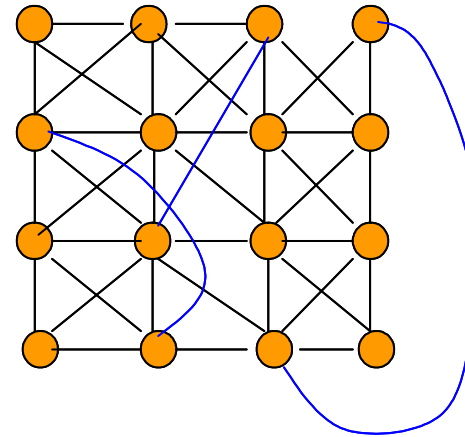
- Baixo d , comparativa/ a redes regulares
- Elevado grau de “clustering”, comparativa/ a redes aleatórias

Como podem as redes reais ser *small worlds* e terem C 's muito elevados ?

Pequenos mundos com baixo d



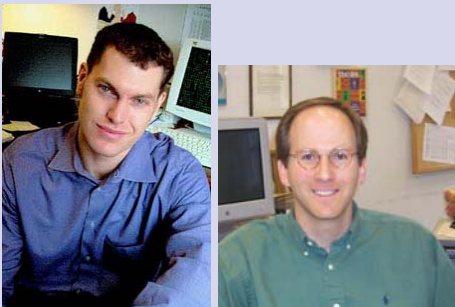
Numa rede com elevado C



Substituir algumas ligações entre vizinhos por ligações aleatórias à distância

Basta que a substituição seja feita numa *fracção muito pequena* das ligações

C pouco se altera, d cai drasticamente



Recapitulando



1960

Redes aleatórias
c/ baixo C , baixo d

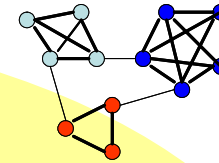


1998

Redes não aleatórias
c/ elevado C , baixo d



1973



Redes não aleatórias
c/ elevado C , elevado d

	N	k	d real	d aleatório	C real	C aleatório
Actores de filmes	225226	61	3,65	2,99	0,79	0,00027
Rede eléctrica	4941	2,67	18,7	12,4	0,08	0,0005
<i>C. elegans</i>	282	14	2,65	2,25	0,28	0,05

**Ainda
baixo**

**Mto
alto**



Mais sobre redes reais...

- Ainda havia pó no ar levantado pelo modelo Watts-Strogatz... 1998-99

Já robots “rastejavam” pela WWW e mapeavam-na
... com resultados inesperados

A WWW tem características diferentes de todos os modelos anteriores (regular, Erdos-Rényi, Granovetter, Watts-Strogatz)

As mesmas características aparecem em muitas outras redes reais

Os grandes conectores (*hubs*)



- A WWW, não é “democrática”. Existem nódulos com um número elevadíssimo de ligações – Os grandes conectores ou *hubs*. O seu número excede muito o que a teoria prevê.
 $d=19$ entre qualquer par de nódulos,
 $d \sim 2$ entre 1 nódulo e 1 grande conector (e.g. Adobe, Google, Yahoo...)
- As redes sociais também têm *hubs*
O caso Gaetan Dugas: Relações sexuais com 40 dos 248 diagnosticados com HIV em 1982. Estimou-se 250 parceiros/ano.
- Redes metabólicas: há grandes conectores.
Explo: H₂O, ATP, proteína p53
- Teias tróficas: têm “keystone species” cuja perturbação põe em causa toda a comunidade