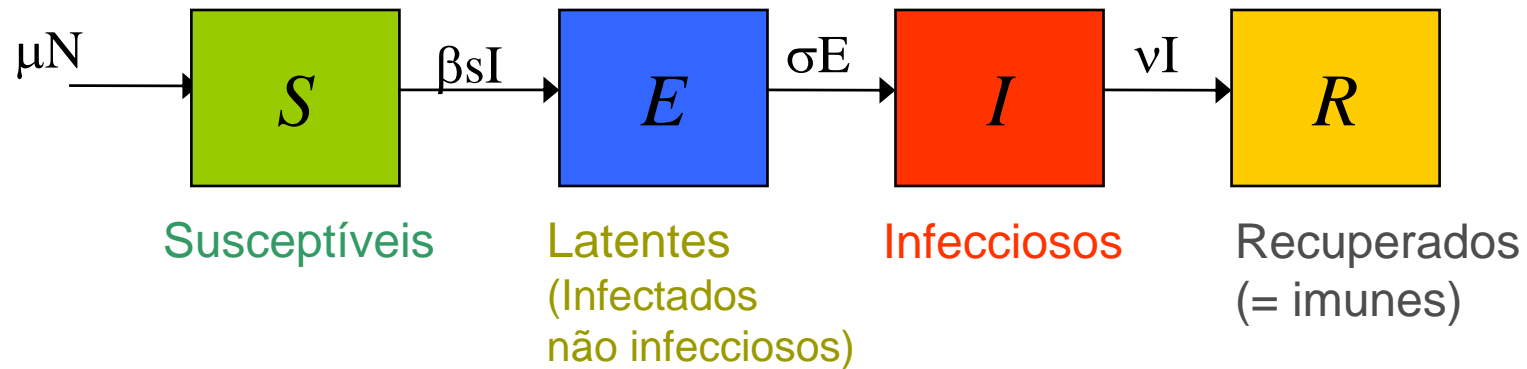


Redes



Doenças transmissíveis

Modelo geral para doenças transmissíveis



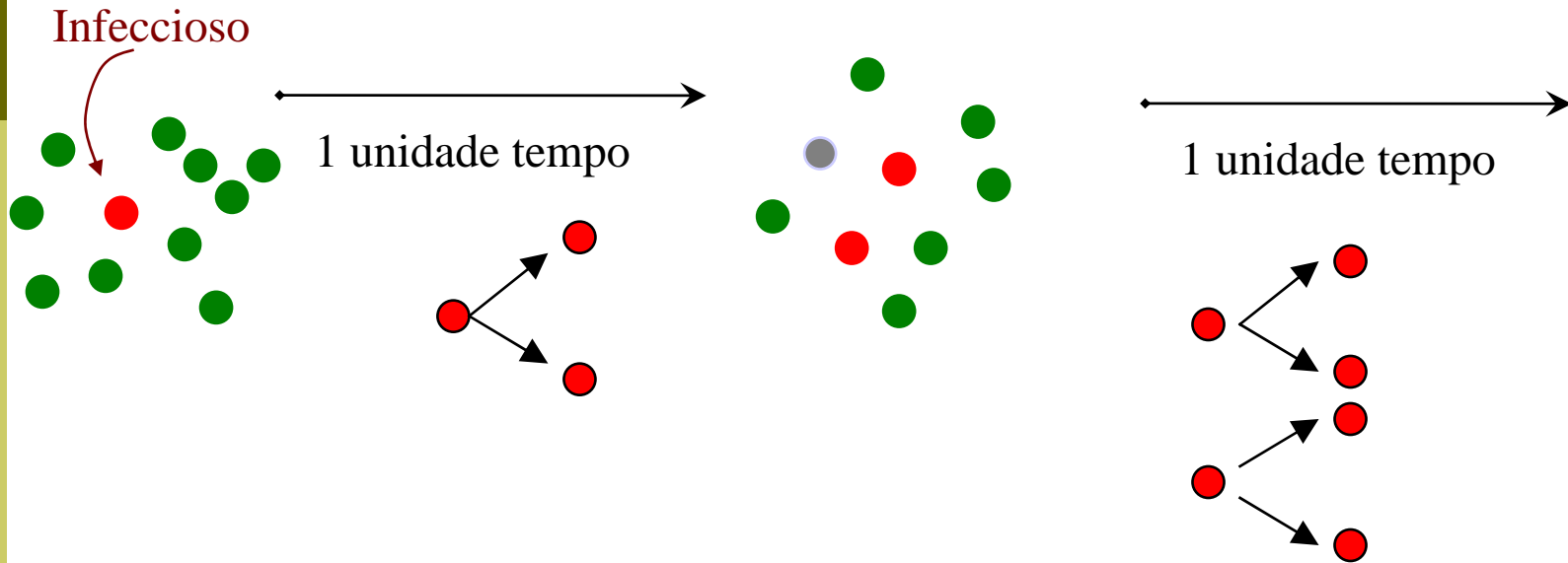
$$N = S + E + I + R = \text{População total}$$

μ taxa de natalidade = taxa de mortalidade

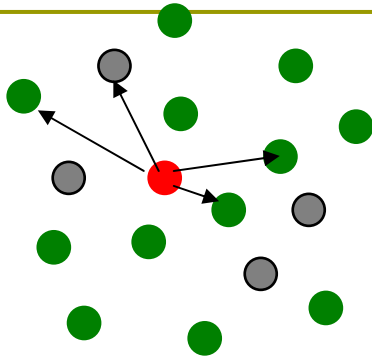
β número médio de contactos por unid tempo

ν taxa de recuperação

$$\beta = 2$$



Incidência por unid tempo, βs



Explo: $\beta = 8$
 $s = 50\%$

$\beta s = 4$ novos infectados
causados por 1 infectado em 1
unidade de tempo

s = fracção de susceptíveis

Assume :

mistura homogénea e contactos aleatórios entre indivíduos!

Equações do modelo

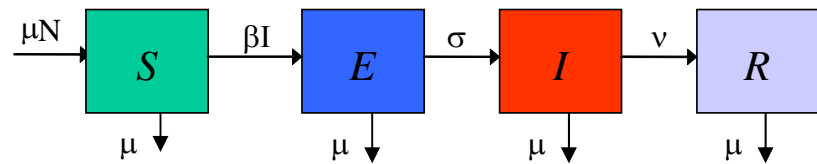
$$\frac{dS}{dx} = \mu N - \beta SI - \mu S$$

$$\frac{dE}{dx} = \beta SI - \sigma E - \mu E$$

$$\frac{dI}{dx} = \sigma E - \nu I - \mu I$$

$$\frac{dR}{dx} = \nu I - \mu R$$

$$N = S + E + I + R$$



50 anos de sucessos em doenças da infância ...

(sarampo, parotidite, rubéola, tosse convulsa, polio, varíola, ...)

- ❑ Descrição matemática de surtos epidémicos
(em doenças epidémicas)
- ❑ Qual a incidência (número de novos casos tempo⁻¹) esperada
(em doenças endémicas)
- ❑ Porque razão é tão difícil eliminar doenças infecciosas ?
- ❑ Impacto da vacinação sobre a epidemiologia da doença
- ❑ Condições para eliminação de doenças com vacinação em massa na idade
com 1 dose, com várias doses

... e de insucessos

- ❑ Inapropriados para DST's
- ❑ Pouco apropriados para outras doenças de “contactos próximos” repetitivos (e.g. tuberculose)
- ❑ Pouco apropriados para simular medidas de controle baseadas em rastreios de contactos (meningite meningocócica, tuberculose...)
- ❑ Incapazes de explicar epidemias plurianuais sustentadas

Modelação matemática: 2 abordagens

Modelo tradicional – mistura homogénea

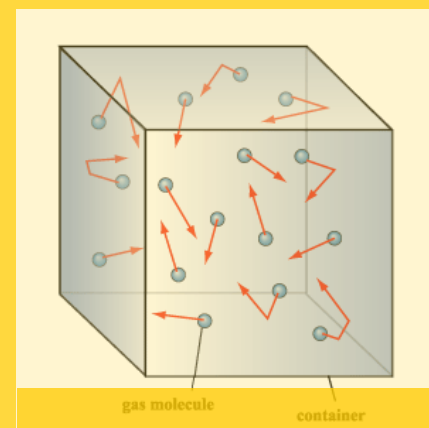
Pressupostos “mean-field”:

A população é muito grande

Os indivíduos encontram-se homogeneamente misturados

Os contactos entre indivíduos são aleatórios

A experiência local é proporcional à densidade média



Modelos baseados no indivíduo

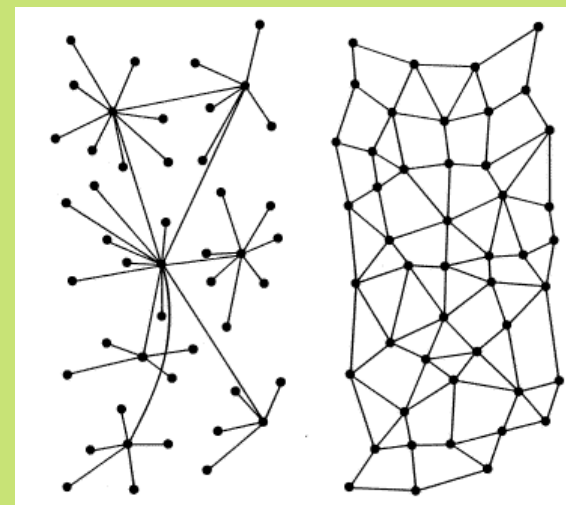
Modelos espacialmente explícitos:

Os indivíduos são explicitamente representados ...

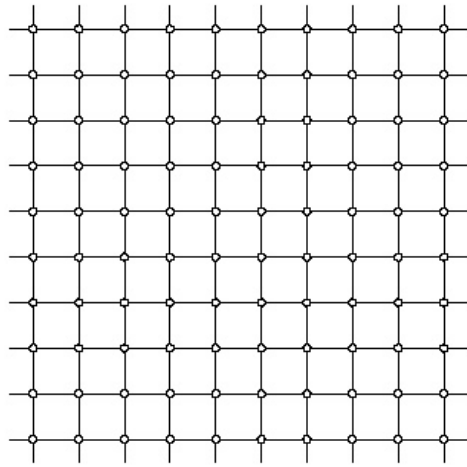
... e formam uma rede de contactos que pode mudar

Os contactos ocorrem preferencialmente entre “vizinhos”

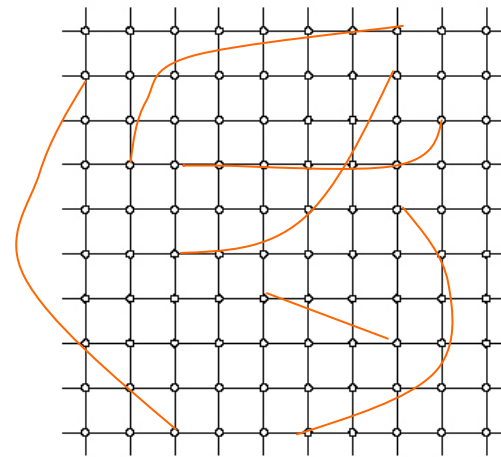
A população pode ter qualquer tamanho



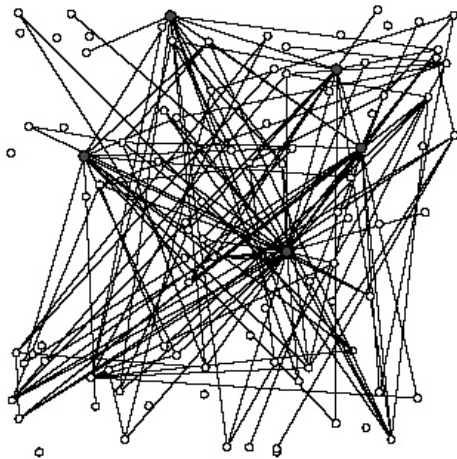
Que topologia de rede para a doença X ?



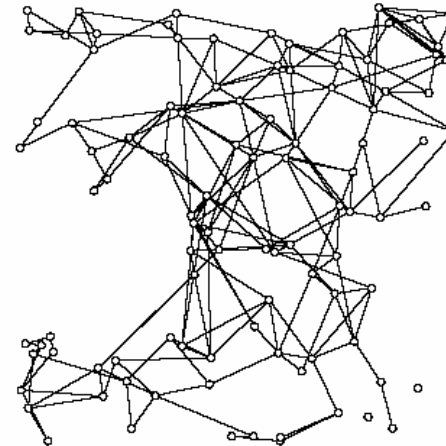
Regular ?



Watts-Strogatz ?

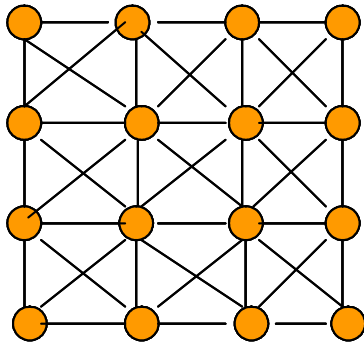


Sem escala ?

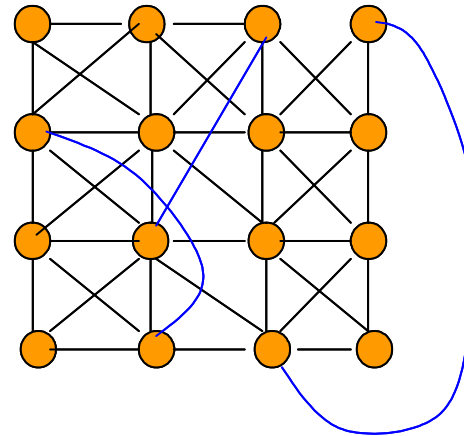


Outra ?

Pequenos mundos com baixo d



Numa rede com elevado C



Substituir algumas ligações entre vizinhos por ligações aleatórias à distância

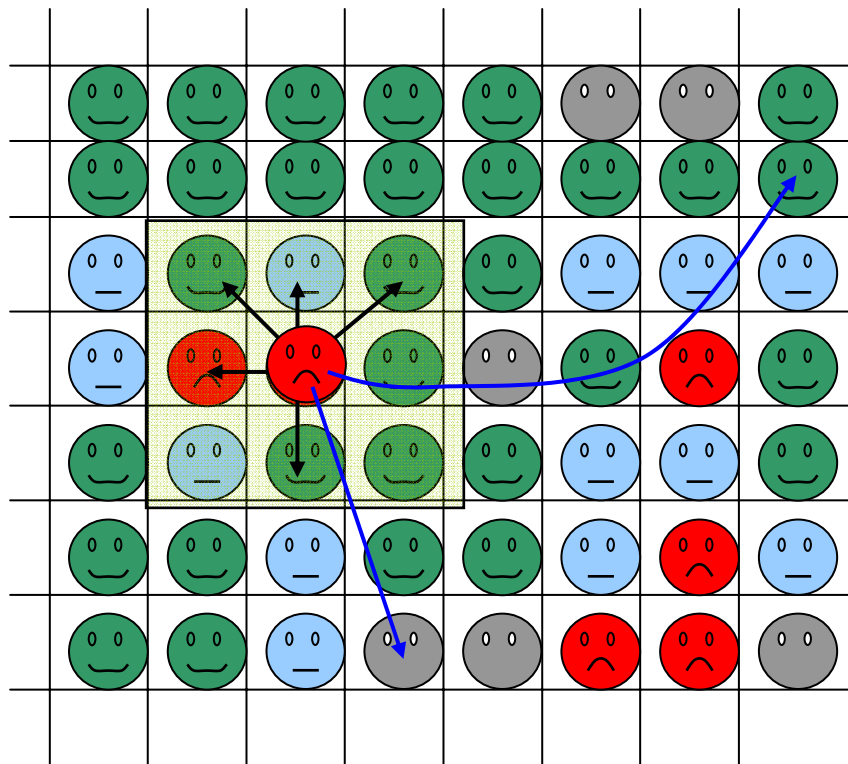


Basta que a substituição seja feita numa *fracção muito pequena* das ligações

C pouco se altera, d cai drasticamente

Autómatos celulares

Modelo Watts-Strogatz

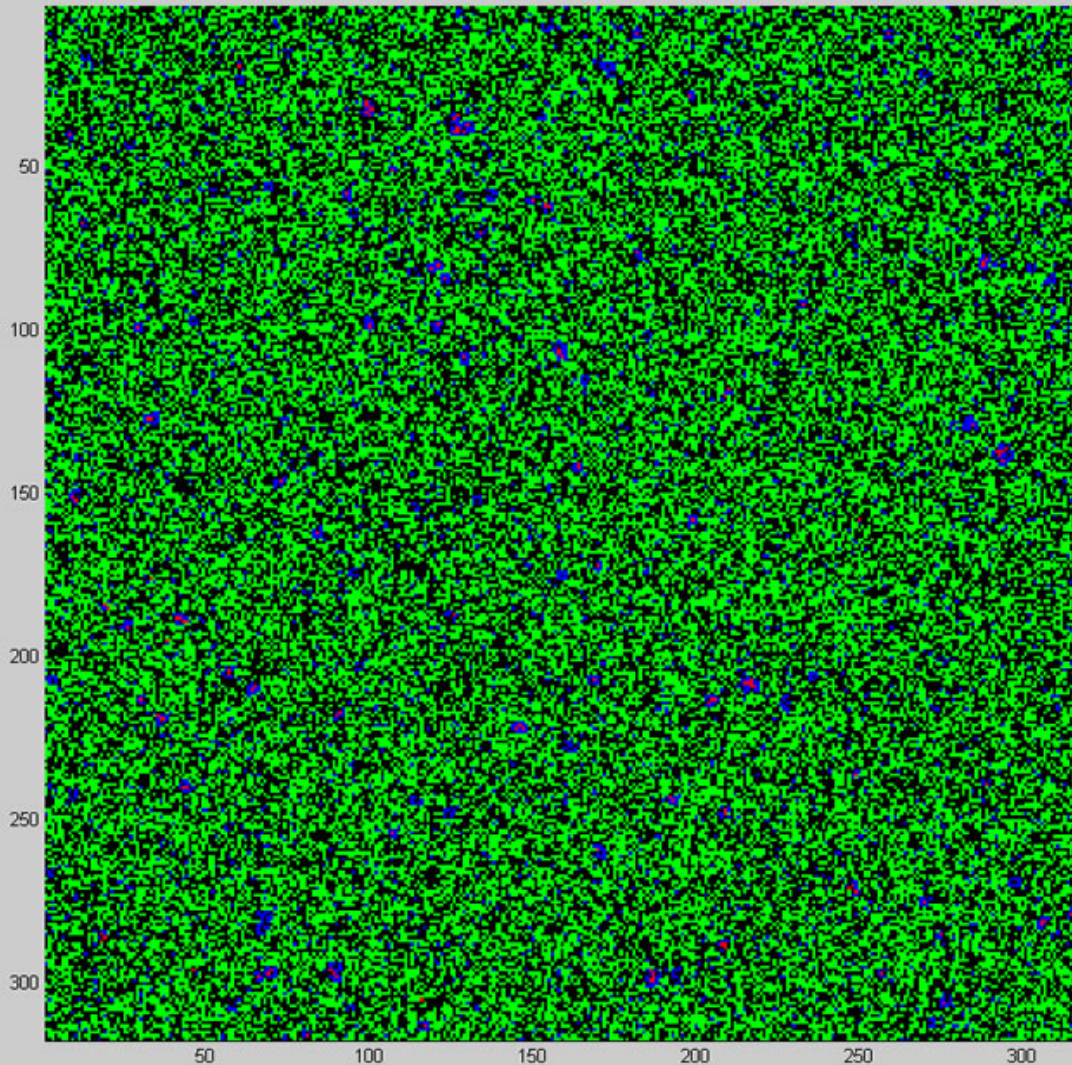


- 😊 Susceptível
- 😐 Latente
- 😞 Infeccioso
- 😓 Recuperado

Maior probabilidade de contacto com os “vizinhos”

Menor probabilidade de contactos aleatórios (p)

Autómato Celular - TB

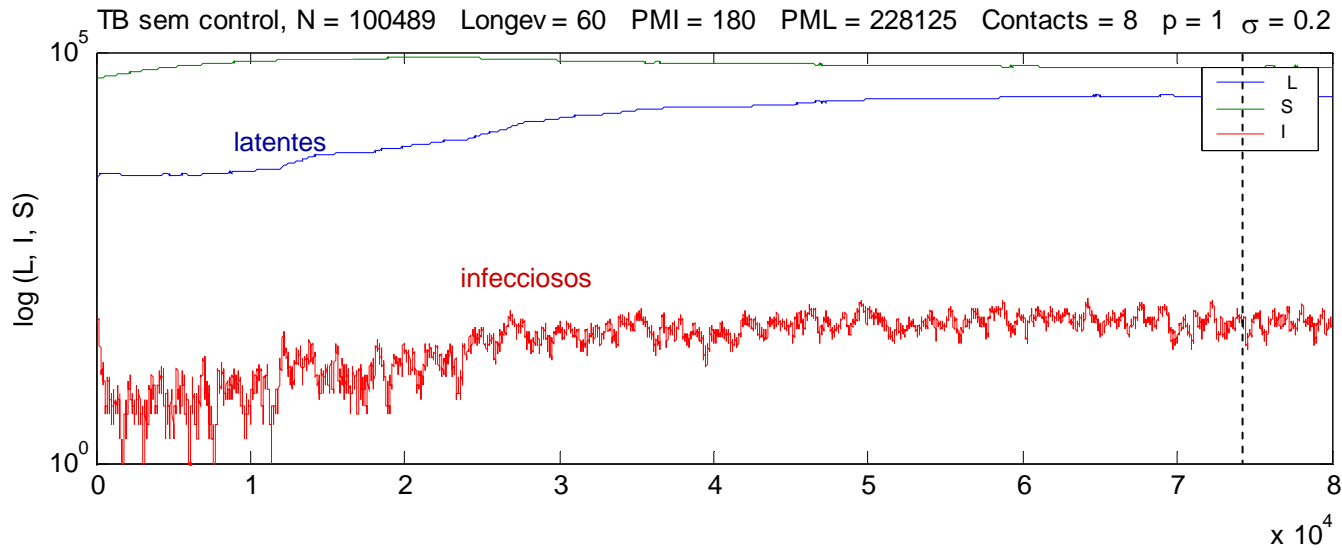


$p = 0,2$
probabilidade de contacto
aleatório

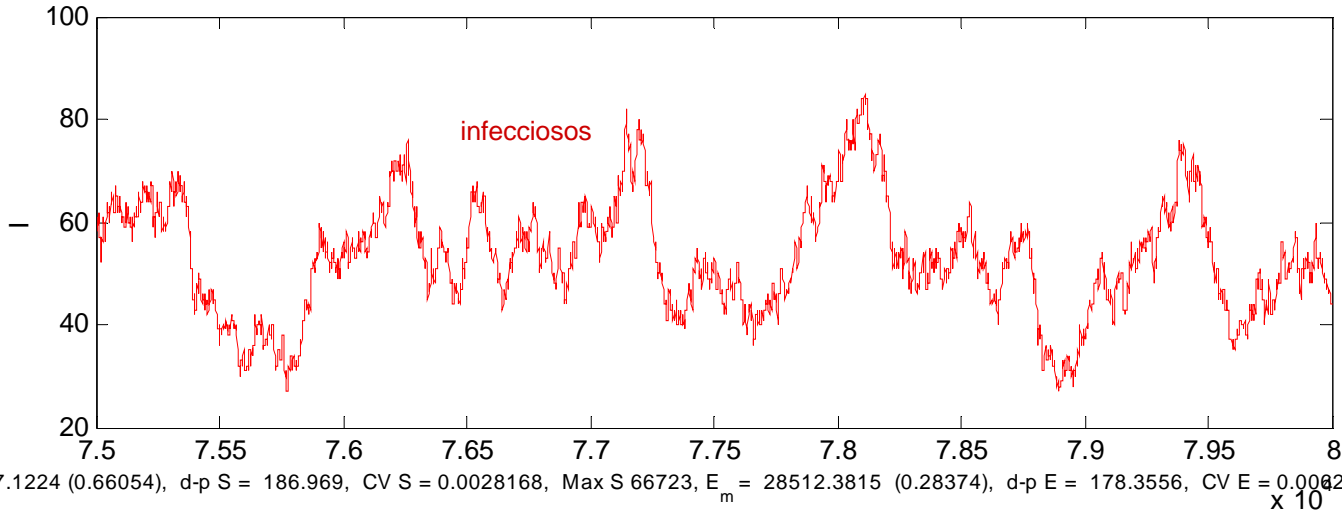
$N \approx 100\,000$

Parreira e Gomes, 2005

Simulações



Stats de 75000 a 80000: I mean = 53.0558 (0.00052798), d-p I = 11.0206, CV I = 0.20772, Max I = 85, Min I = 27



$S_m = 66377.1224$ (0.66054), d-p S = 186.969, CV S = 0.0028168, Max S 66723, $E_m = 28512.3815$ (0.28374), d-p E = 178.3556, CV E = 0.0022554, Max E = :

tempo \longrightarrow

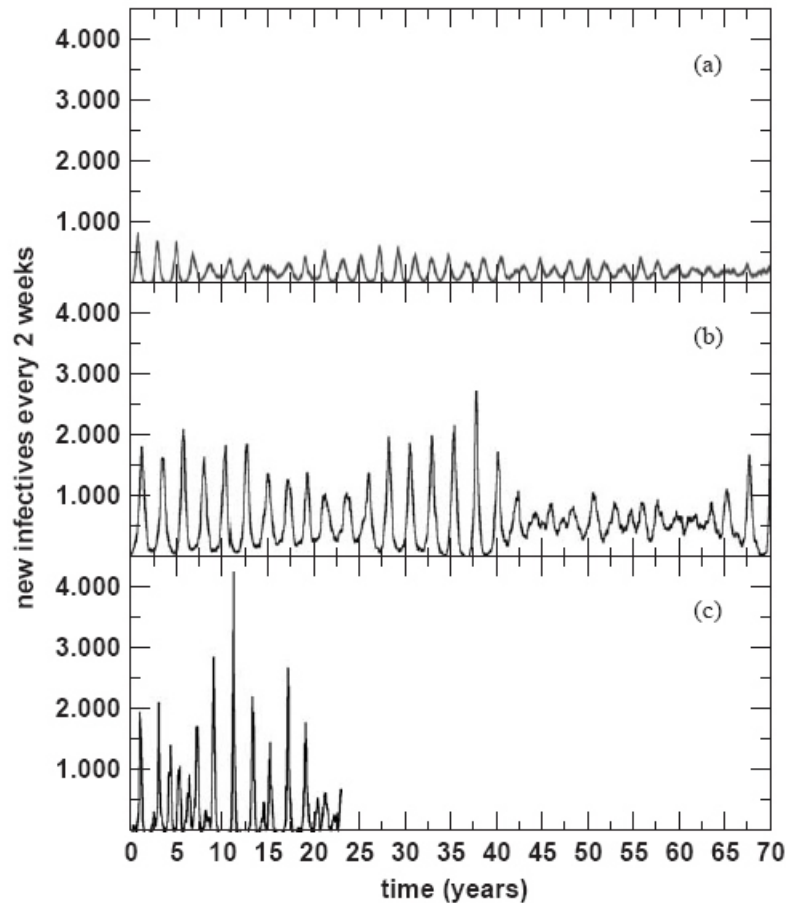
Resultados I

- Formação de correlações espaciais
- Formação de “ondas” epidémicas no espaço que se reproduzem (se $p > 0$)

Resultados II: oscilações sustentadas

Sarampo

Incidência do sarampo (número de casos / 2 semanas)



$p=1$ (rede aleatória)

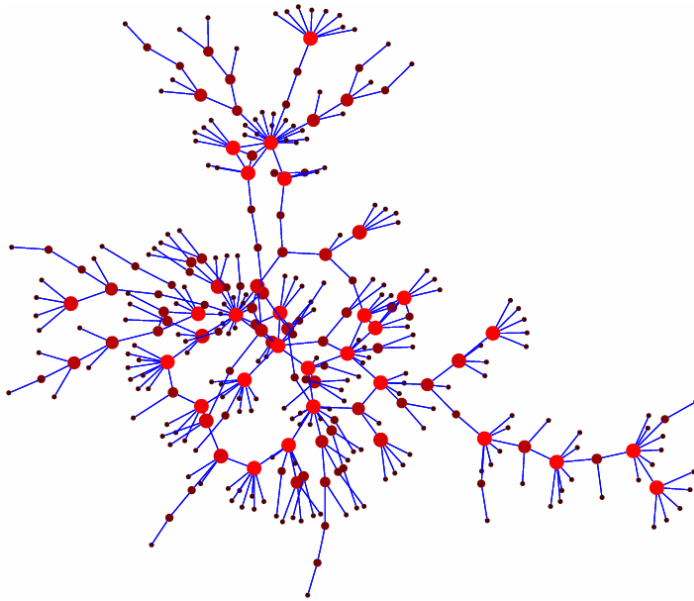
$p=0,2$ (Watts-Strogatz)

Dados reais de sarampo em Birmingham (1ª metade do séc 20, antes da vacinação)

Notar semelhança de frequência e amplitude com $p=0,2$

Resultados III

- As redes de contactos com “super-spreaders” é bem descrita por redes sem escala



A infecção tende a concentrar-se em torno do círculo social dos grandes conectores

A eliminação da doença por vacinação em massa (aleatória) só é possível vacinando ~100% da população

A vacinação dirigida aos grandes conectores é altamente eficaz para travar epidemias.

Perguntas

- Qual a melhor topologia para representar a rede de contactos da doença X ?

Grande carência de informação sobre as redes de contactos da nossa espécie na “perspectiva” do agente patogénico

Só as ligações capazes de transmitir a infecção contam