

Capítulo 4 – A FORMA DA TERRA

4.1 Potenciais Gravitacional, Centrífugo e Gravítico

Isaac Newton (1642-1727) explicou nos seus *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, publicados em 1687, com a *lei da gravitação universal*, que uma massa atrai qualquer outra massa com uma força cuja magnitude é proporcional ao produto das duas massas e é inversamente proporcional ao quadrado das distância entre elas. Esta lei explica tanto a queda dos corpos atraídos pela Terra, como o movimento dos planetas atraídos pelo Sol e vem representada pela fórmula:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (4.1)$$

Na expressão anterior G é um parâmetro fundamental designado *constante de gravitação universal*, M e m as massas dos dois corpos cuja interação estamos a analisar e \vec{r} é o vector que une os dois corpos. As primeiras medições da constante G devem-se a Henry Cavendish, e foram feitas em 1798. O seu valor actual em unidades do S.I. é dado por:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

A expressão (4.1) aplica-se apenas a *pontos materiais*, ou seja, às situações nas quais as dimensões e forma dos dois corpos possam ser desprezadas, como acontece quando r é muito maior do que a dimensão típica dos corpos considerados. Uma situação semelhante acontece quando os corpos são radialmente isotrópicos.

Consideremos o caso que nos interessa essencialmente da Terra. Podemos considerar que ela gera no espaço que a rodeia um *campo gravitacional* cuja expressão pode ser dada simplesmente por:

$$\vec{g}_N = -G \frac{M_T}{r^2} \vec{e}_r \quad (4.2)$$

em que $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ e a Terra é considerada, numa primeira aproximação, como radialmente isotrópica. Este *campo gravitacional* exprime-se no SI em Nkg^{-1} e a sua direcção é radial. Um corpo de massa m sob a acção do campo gravitacional sofre a acção da força:

$$\vec{p} = m\vec{g}_N \quad (4.3)$$

que designamos por *peso*. Note ainda que da *segunda lei de Newton*, podemos igualmente concluir que o corpo de massa m sob a acção do *peso* move-se com a aceleração

$$\vec{p} = m\vec{a} \quad (4.4)$$

pelo que podemos

s atribuir à gravidade as dimensões de uma aceleração (ms^{-2} no SI) e interpretá-la como sendo o valor da aceleração adquirida por um corpo de massa unitária sob a acção do seu peso.

Como medir experimentalmente o valor da *gravidade* ? Podemos fazê-lo estudando o movimento oscilatório de um corpo simples como um pêndulo, ou analisando a queda de um corpo sob a acção da gravidade. Se o fizermos obteremos um valor próximo de 9.8 NKg^{-1} .

Num modelo simples em que consideremos a Terra esférica, de raio R, podemos determinar a partir de (4.2) o valor da massa da Terra:

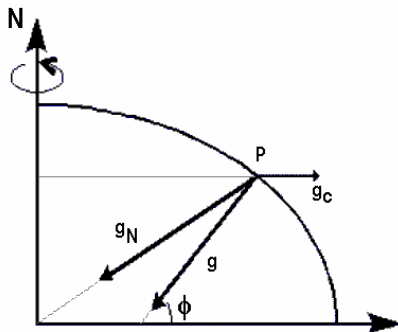
$$\vec{g}_N = -6.67 \times 10^{-11} \frac{M_T}{(6.371 \times 10^6)^2} \vec{e}_r = -9.8 \vec{e}_r \Rightarrow M_T = 6 \times 10^{24} \text{ Kg} \quad (4.5)$$

O campo gravitacional pode ser considerado como *derivando de um potencial*, sob a forma habitual:

$$\vec{g}_N = \text{grad}V$$

$$V = G \frac{M_T}{r} \quad (4.6)$$

note que a primeira expressão de (4.3) não é a habitual em física já que o potencial gravitacional num ponto P do espaço é definido habitualmente como o simétrico do trabalho realizado pela massa unitária quando esta é deslocada do infinito até esse ponto P.



A Terra executa uma rotação completa em torno do seu eixo num dia sideral (86,164 s). Este facto faz com que os corpos localizados à superfície do planeta executem solidariamente idêntico movimento, pelo que podemos considerar a existência de uma *força centrífuga* cuja intensidade depende da distância ao eixo da Terra:

$$|\vec{f}_c| = \omega^2 R \cos \phi \quad (4.7)$$

sendo ϕ a latitude, R o raio da Terra e ω a sua velocidade angular (Note que $R \cos \phi$ é a distância ao eixo da Terra). Esta força é dirigida perpendicularmente ao eixo, pelo que a acção combinada a atracção gravitacional e centrífuga se pode determinar aproximadamente por:

$$\vec{g} = \left[\frac{GM_T}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \phi \right] \vec{e}_r \quad (4.8)$$

uma vez que, sendo a atracção gravitacional na Terra muito superior à força centrífuga, podemos apenas considerar a projecção desta naquela. Designa-se este campo por *campo gravítico* (na aproximação esférica).

Substituindo R pelo valor 6,371 km, o raio de uma esfera de volume igual ao da Terra, M por 5.976×10^{24} kg, a massa da Terra, e ω por $2\pi/T$, onde T = 24 horas, o período de rotação da Terra, ou seja $\omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, o módulo da equação anterior fica na forma

$$g = 9.820219 (1 - 0.00345 \cos^2 \phi) \quad (4.9)$$

que podemos utilizar como uma primeira aproximação da aceleração da gravidade à superfície da Terra.

À semelhança do que fizemos para a atracção Newtoniana também agora podemos definir um potencial gravítico, que engloba as componentes gravitacional e centrífuga, tendo a forma:

$$\vec{g} = \text{grad}W$$

$$W = G \frac{M_T}{R} - \frac{\omega^2 R^2 \cos^2 \phi}{2} \quad (4.10)$$

Em que medida é que a forma da Terra se afasta de uma esfera ? Em que medida é que o campo gravítico real se afasta da expressão (4.10) correspondente à aproximação esférica ?

Se substituirmos na expressão (4.10) o valor da latitude para os polos e o equador, obteríamos o seguinte valor para a gravidade (teórica):

$$g_{\text{pol}} = 9.82022 \text{ Nkg}^{-1}$$

$$g_{\text{eq}} = 9.78634 \text{ Nkg}^{-1}$$

Se medirmos experimentalmente o valor da gravidade nos polos e no equador, obteremos respectivamente :

$$g_{\text{pol}} = 9.83221 \text{ Nkg}^{-1}$$

$$g_{\text{eq}} = 9.78049 \text{ Nkg}^{-1}$$

o que mostra a existência de discrepâncias significativas entre a *aproximação esférica* e a realidade.

Uma expressão um pouco mais rigorosa do que (4.10) pode ser a seguinte:

$$W = G \frac{M_T}{R} - \frac{\omega^2 R^2 \cos^2 \phi}{2} + \frac{GM_T R^2 J_2}{2R^3} (3 \sin^2 \phi - 1)$$

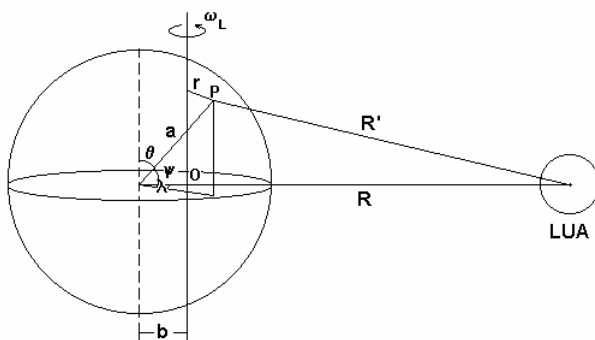
onde J_2 tem o valor 1.08270×10^{-3} SI.

A existência da componente centrífuga influencia necessariamente a própria forma da Terra: se a Terra fosse esférica então a sua superfície externa não seria uma superfície de nível, já que a gravidade não lhe seria perpendicular. Nas constantes de tempo características da história do globo é expectável que esta se deforme como consequência da rotação axial e que, tendencialmente, a sua superfície física se aproxime da de uma superfície de nível do campo gravítico.

4.2 Variação temporal da gravidade

A gravidade sofre pequenas variações temporais – em magnitude e em direcção – geradas pela acção combinada dos outros astros, em particular, da Lua e do Sol. Estes efeitos podem ser *directos*, e provêm da atracção que cada um destes corpos exerce, ou *indirectos*, e têm por origem a deformação elástica induzida na Terra. À conjugação destes efeitos denomina-se *maré* terrestre, por semelhança com o fenómeno similar das marés oceánicas.

Consideremos assim uma situação, ainda assim simplificada, na qual consideramos a Terra, a Lua, e o *centro de massa* (O) do sistema Terra-Lua:



Em que a posição do centro de massa do sistema conjunto será:

$$b = \frac{M_L}{M_L + M_T} R$$

O potencial gravitacional total exercido em P devido à acção da Lua será dado por:

$$W_p = \frac{GM_L}{R'} - \frac{1}{2} \omega_L^2 r^2 \quad (4.34)$$

onde – como se indica na figura 6.1, r é a distância do ponto P ao eixo de rotação, ω_L é a velocidade angular da Terra, R' é a distância entre o ponto P e o centro da Lua. Podemos escrever o valor de R' sob a forma:

$$(R')^2 = R^2 + a^2 - 2aR \cos \psi \quad (4.35)$$

uma vez que a/R é uma quantidade pequena, podemos escrever uma aproximação de segunda ordem do tipo:

$$(R')^{-1} = R^{-1} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{a^2}{R^2} + \frac{a}{R} \cos \psi + \frac{3}{2} \frac{a^2}{R^2} \cos^2 \psi + \dots \right) \quad (4.12)$$

Uma vez que,

$$\cos \psi = \sin \theta \cos \lambda \quad (4.13)$$

e,

$$r^2 = b^2 + (a \sin \theta)^2 - 2b(a \sin \theta) \cos \lambda = b^2 + a^2 \sin^2 \theta - 2ba \cos \psi \quad (4.14)$$

A partir da terceira lei de Kepler (cf cap. 1)

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi}{GM}$$

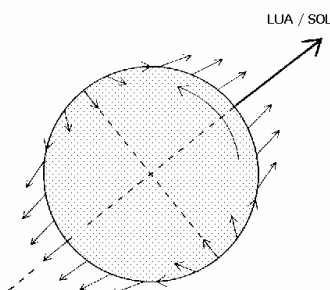
podemos considerar a como o eixo maior da elipse que a lua descreve em torno da Terra (aqui chamado R), e substituir o período T pela velocidade angular da Lua em torno da Terra. Quanto à massa M , nota que a expressão (4.00) despreza o valor da massa do planeta perante a massa da estrela em torno da qual ele gira, pelo que podemos generalizar da forma seguinte:

$$\omega_L^2 R^3 = G(M_T + M_L) \quad (4.15)$$

pelo que o potencial (6.2) se resume a:

$$W_p = -\frac{GM_L}{R} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{M_L}{M_T + M_L} \right) - \frac{GM_L a^2}{R^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \psi - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \omega_L^2 a^2 \sin^2 \theta \quad (4.16)$$

O primeiro termo da expressão anterior é o potencial (no centro da Terra) devido à Lua, o terceiro termo é o potencial devido à rotação da Terra em torno do seu centro, com a velocidade angular ω_L . O segundo termo é o Potencial de maré.



$$W_2 = -\frac{GM_L a^2}{R^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \psi - \frac{1}{2} \right) \quad (4.17)$$

A representação gráfica deste termo é da forma indicada na figura. De notar, em particular, a contribuição do potencial de maré para o achatamento da Terra. Sob a acção combinada destes dois potenciais tanto a Terra sólida como os Oceanos são solicitados, dando assim origem às marés oceânicas e às marés terrestres.

A atracção gerada por este potencial de maré pode ser calculada, a partir do gradiente da expressão anterior que, uma vez que $W_2 = W_2(R)$, se reduz simplesmente a:

$$\delta g^{Lua} = -\frac{GM_L a}{R^3} (3 \cos^2 \psi - 1) \quad (4.18)$$

substituindo os valores na expressão anterior (cf tabelas do cap 1) vemos que a atracção gerada na superfície da Terra é inferior a 0.11 mgal. O Sol gera um potencial de maré similar ao da Lua. Cálculo semelhante ao anterior realizado para o Sol conduziria a cerca de 0.045 mgal.

Existem também variações não periódicas na gravidade que podem ser produzidas por variações da distribuição da densidade na geosfera ou na atmosfera. Por exemplo, se o nível de água subterrânea sobe em determinada área, devido a fortes chuvadas, a atracção devida à água adicional vai alterar os valores da gravidade sobre essa área. Supondo que a razão de vazios é 20%, 1 metro de elevação no nível freático fará variar o valor da gravidade, devido à sua atracção, de cerca de 10 µgal. O valor da gravidade também pode variar, por exemplo, devido a variações na pressão atmosférica. Uma baixa pressão muito forte representa uma deficiência anómala de massa de ar e o resultante decréscimo de atracção para cima vai aumentar o valor da gravidade. Em casos extremos o aumento da gravidade pode atingir várias dezenas de µgal.

4.3 Algumas Propriedades do Potencial

4.3.1 Equação de Laplace

O potencial gravitacional W possui uma propriedade muito importante, e que se traduz matematicamente pelo facto de *em certas condições* o seu laplaciano ser nulo. Vejamos em quais, utilizando a expressão do laplaciano em coordenadas cartesianas, já que a equação (4.9) está escrita nestas coordenadas.

$$\text{lap}V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (4.19)$$

Se considerarmos uma distribuição de massa (caracterizada por uma distribuição da densidade $\rho(r,\theta,\lambda)$), o potencial gravitacional fora da distribuição das massas que o geram pode ser calculado generalizando a equação (4.6):

$$V = G \int_{\text{vol}} \frac{\rho(Q)}{r} dv \quad (4.20)$$

As derivadas parciais indicadas em (4.19) têm o valor:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -G \int_{\text{vol}} \frac{(x-x')}{r^3} \rho(Q) dv \quad \frac{\partial V}{\partial y} = -G \int_{\text{vol}} \frac{(y-y')}{r^3} \rho(Q) dv \quad \frac{\partial V}{\partial z} = -G \int_{\text{vol}} \frac{(z-z')}{r^3} \rho(Q) dv$$

derivando de novo, obteremos as expressões:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -G \int_{\text{vol}} \left[-\frac{\rho}{r^3} + \frac{3\rho(x-x')^2}{r^5} \right] dv$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -G \int_{\text{vol}} \left[-\frac{\rho}{r^3} + \frac{3\rho(y-y')^2}{r^5} \right] dv \quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -G \int_{\text{vol}} \left[-\frac{\rho}{r^3} + \frac{3\rho(z-z')^2}{r^5} \right] dv$$

Adicionando os três termos, obtemos finalmente a Equação de Laplace:

$$\text{lap}V = 0 \quad (4.21)$$

Esta expressão é muito importante porque mostra que o potencial gravimétrico de uma distribuição de massa é harmónico na região fora da distribuição de massa, pelo que é possível empregar os métodos matemáticos desenvolvidos para a Teoria do Potencial para o descrever.

4.3.2 Equação de Poisson

Dentro da distribuição de massa, a determinação feita anteriormente não pode ser feita de forma tão simples por a distância entre as massas e o ponto de medição pode ser nula. Nesse caso demonstra-se (ver por exemplo Kellog, 1953) que se verifica:

$$\text{lap}V = -4\pi G\rho \quad (4.22)$$

que se designa por Equação de Poisson. Note que a Equação de Laplace pode neste contexto ser considerada como um caso particular da Equação de Poisson.

4.3.3 Teorema de Gauss

Um dos teoremas básicos da teoria do potencial – chamado teorema de Gauss ou do Fluxo-Divergência – diz-nos que o fluxo do campo gravitacional através de uma superfície fechada S iguala o integral de volume da divergência desse campo estendido ao volume v envolvido por aquela superfície:

$$\int_S \vec{g} \cdot \vec{n} \, dS = \int_v \text{div} \vec{g} \, dv \quad (4.23)$$

uma vez que $\text{lap} V = \text{div} (\text{grad} V)$ e $\text{grad} V$ é exactamente o vector gravidade, podemos deduzir de (4.22) que

$$\phi = \int_S \vec{g} \cdot \vec{n} \, dS = -4\pi G \int_v \rho \, dv = -4\pi G M_T \quad (4.24)$$

Em resumo, o teorema de Gauss aplicado ao campo gravitacional diz que o fluxo do vector atracção gravítica através de uma superfície fechada S depende apenas da massa total situada no seu interior.

4.4 O Geóide

Quando falamos da *forma da Terra* podemos referir-nos a dois conceitos diferentes: o primeiro diz respeito à descrição geométrica da superfície física, e que constitui a preocupação dos Engenheiros Geógrafos; o segundo diz respeito à forma das superfícies equipotenciais do campo gravítico real e é importante para a caracterização das propriedades deste campo.

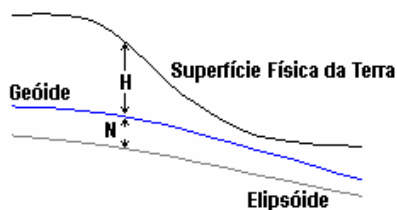
Uma das superfícies equipotenciais é particularmente significativa: a que coincide em média com a superfície livre dos oceanos, descontados os efeitos meteorológicos. Esta superfície equipotencial designa-se por *geóide*. Referimo-nos a ela quando falamos de *alturas acima do nível do mar*.

Qual a forma do geóide? O efeito centrífugo da rotação da Terra causa um empolamento equatorial, o que afasta à partida a hipótese da Terra possuir uma superfície esférica. Se a Terra estivesse completamente coberta pelos oceanos, então, ignorando os ventos e as correntes internas, a superfície deveria reflectir as forças devidas à rotação e à atracção gravitacional de corpos externos, como o Sol, a Lua e efeitos surgidos do interior. Quando os efeitos de maré são removidos, a forma da superfície é devida a variações na densidade do interior.

O nível médio do mar é uma superfície equipotencial. Sendo o geóide uma superfície equipotencial do Campo Gravítico Real da Terra a gravidade é-lhe perpendicular em todos os pontos. Estruturas da crosta, continentes, regiões montanhosas e cristas médias oceânicas, heterogeneidades do manto influenciam a forma do geóide

A forma do geóide é agora bastante bem conhecida, particularmente nas regiões oceânicas, devido às contribuições da geodesia de satélite. Este tem uma forma muito próxima da de um elipsóide de revolução, de tal modo que a diferença entre os dois raramente excede os 100 m !

A diferença entre o geóide e o elipsóide de revolução que melhor o aproxima denomina-se ondulação do geóide e representa-se por N . Esta ondulação reflecte variações na temperatura e densidade do interior da Terra, que podem não se traduzir necessariamente na forma da superfície física da Terra (SFT).



Com a utilização crescente do Sistema de Posicionamento Global (GPS) tornou-se mais simples obter a posição de cada ponto da SFT em relação à figura matemática da Terra – o elipsóide – do que em relação ao nível do mar (geóide). Esse valor corresponde à soma da altitude com a ondulação do geóide (ver figura). No que diz respeito ao oceano, a sua superfície livre corresponde em

média ao geóide, pelo que, se medirmos rigorosamente a forma dessa superfície com o emprego de satélites artificiais podemos determinar directamente a ondulação geoidal. Muitas das cartas gravimétricas globais da Terra representam N e não o valor directo da gravidade.

4.5 Anomalias Gravimétricas

As expressões matemáticas que temos vindo a apresentar para decrever o campo gravítico da Terra partem sempre do princípio de que esta é homogénea ou, pelo menos, verticalmente estratificada. Contudo, nos sabemos que os processos de génese e de dinâmica interna e externa da Terra conduzem necessariamente à formação de contrastes petrológicos e litológicos que se traduzem habitualmente por contrastes de densidade.

Tipo	Densidade (SI * 10 ⁻³)	Valor Médio (SI * 10 ⁻³)
<i>Rochas Sedimentares</i>		
Aluviões	1.96 - 2.00	1.98
Argilas	1.63 - 2.60	2.21
Arenitos	1.61 - 2.76	2.35
Calcário	1.93 - 2.90	2.55
Dolomite	2.28 - 2.90	2.70
<i>Rochas Ígneas</i>		
Riolito	2.35 - 2.70	2.52
Granito	2.50 - 2.81	2.64
Andesito	2.40 - 2.80	2.61
Sienito	2.60 - 2.95	2.77
Basalto	2.70 - 3.30	2.99
Gabro	2.70 - 3.50	3.03
<i>Rochas Metamórficas</i>		
Xistos	2.39 - 2.90	2.64
Gneisse	2.59 - 3.00	2.80
Filitos	2.68 - 2.80	2.74
Granulito	2.52 - 2.73	2.65
Anfibolite	2.90 - 3.04	2.96
Eclogite	3.20 - 3.54	3.37

Tabela 4.1: Densidades de alguns materiais geológicos (extraído de Telford, 1990).

Estes contrastes de densidade geram variações locais do campo gravítico da Terra de pequena magnitude, mas que se podem medir com os gravímetros de que dispomos.

Contudo, para que seja possível interpretar os valores medidos do campo gravítico em termos de contrastes de densidade, é necessário corrigir os valores medidos da influência da altitude, da latitude, e da morfologia do terreno.

4.5.1 Correção de Ar-Livre

Mesmo no caso simples em que consideramos a Terra como um corpo esférico, o campo gravitacional gerado (verifica a equação 4.2), decresce com $1/r^2$. Quando realizamos diversas medidas de g numa determinada área de estudo, temos que tornar os valores comparáveis, reduzindo-os todos a um mesmo nível de referência de modo a separarmos as variações devidas à altitude do ponto de medida (que não nos interessam) das que são devidas a outros factores (que nos podem interessar).

O gradiente vertical do campo gravitacional da Terra no nível do geóide (aproximação esférica) é dado por:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial r}\right)_{\text{geóide}} = -\frac{2g_{\text{geóide}}}{r_T} \quad (4.25)$$

utilizando como valor para o raio da Terra 6371 km e para a gravidade no geóide o valor médio de 9.8 N/Kg, obtemos um valor de gradiente vertical de:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial r}\right)_{\text{geóide}} = 0.308 \times 10^{-5} \text{ N Kg}^{-1} \text{ m}^{-1} \quad (4.26)$$

Uma dedução mais rigorosa, que utilizasse uma aproximação elipsoidal conduziria ao valor 0.3086 que é realmente o utilizado habitualmente em prospecção. É ainda habitual utilizar em prospecção a unidade mgal (miligal, do sistema CGS) cujo valor em SI é de $10^{-5} \text{ N Kg}^{-1}$, pelo que o gradiente vertical da gravidade (teórica) é considerado como tendo o valor 0.3086 mgal/m.

O gradiente vertical da gravidade teórica coloca a necessidade de ser conhecida com muito rigôr a altitude dos pontos de medida utilizados para os estudos gravimétricos. Os melhores gravímetros disponíveis podem medir a gravidade com uma precisão de 0.001 mgal. Neste caso, para ser utilizada toda a precisão disponível nesta medida, torna-se necessário conhecer a altitude com uma precisão melhor que 3 mm.

Quando corrigimos valores medidos da gravidade utilizando o gradiente vertical da gravidade teórica, de modo a reduzi-los a um mesmo nível (habitualmente o nível do geóide), diz-se que efectuamos uma “correção de ar-livre”. Esta designação prende-se com o facto de nós estarmos a considerar que não existem massas entre os pontos de medida e o nível de referência. Esta situação cumpre-se na integralidade, por exemplo, quando queremos compensar a altura do tripé utilizado para sustentar um gravímetro.

4.5.2 Correção de Latitude e Fórmula Internacional da Gravidade

Da simples observação da equação (4.9) se pode concluir que a gravidade varia com a latitude. Esta variação é induzida não só pela rotação – o efeito que está incluído na referida equação – mas também porque o campo gravitacional da Terra real possui uma simetria aproximadamente elipsoidal.

Modelos físicos complexos têm sido desenvolvidos para descrever de forma rigorosa o campo gravítico da Terra. Estes podem partir do princípio de que o planeta se pode considerar como um fluido muito viscoso em rotação cuja superfície externa se encontra em equilíbrio, ou seja, é uma superfície equipotencial, ou são aproximações elipsoidais ajustadas a parâmetros geométricos da Terra medidos com o auxílio de satélites artificiais.

Durante o século XX duas expressões têm sido utilizadas para descrever matematicamente a variação da gravidade

com a latitude. A primeira é conhecida como a *Fórmula Internacional da Gravidade de 1930*, e tem a expressão:

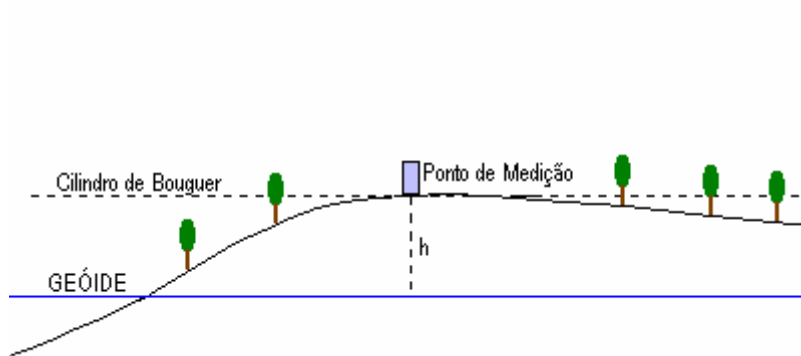
$$g_{\phi} = g_0 (1 + 0.00530244 \sin^2 \phi - 0.00000582 \sin^2 2\phi) \quad (4.27)$$

A segunda, conhecida como a *Fórmula GRS67 (Geodetic Reference System) de 1967* tem a forma:

$$g_{\phi} = 9.78031846 (1 + 0.005278895 \sin^2 \phi - 0.000023462 \sin^4 \phi) \quad (4.28)$$

Os valores da gravidade para cada ponto de latitude ϕ , calculados com esta fórmula, chamam-se valores teóricos ou normais da gravidade para pontos sobre a superfície da Terra ao nível do geóide. Pode dizer-se, de um modo aproximado, que cerca de 40% da variação de g com a latitude é devida ao facto da forma da Terra não ser um esferóide perfeito e os outros 60% são devidos à rotação da Terra.

4.5.3 Correção das Massas Topográficas ou de Bouguer



Quando analisámos a “correção de ar-livre” destacámos o facto de que o gradiente vertical da gravidade determinado se aplicava apenas às situações nas quais não existissem massas topográficas entre o ponto de medida e o nível ao qual se pretendia reduzir as medições

da gravidade.

O geofísico belga Pierre Bouguer (1698-1758) calculou experimentalmente o efeito das massas topográficas comparando a gravidade em duas cidades do Equador, Guayaquil ao nível do mar e Quito, a 2,850 m de altitude. Verificou assim que uma boa aproximação poderia ser obtida se considerasse que o efeito das massas topográficas era idêntico ao de um cilindro de raio infinito (“plataforma de Bouguer”), cuja densidade fosse representativa das formações geológicas subjacentes, cuja base se situasse no nível de referência (habitualmente o geóide) e cujo topo intersectasse o ponto de medição.

Um corpo finito gera uma atracção gravimétrica no espaço que o envolve. A forma matemática dessa atracção é a seguinte:

$$\vec{g}_A = \int G \frac{\rho}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} dv \quad (4.21)$$

Se integrarmos a expressão anterior para o volume do corpo, e determinarmos a sua componente vertical, concluiremos que a atracção gravitacional gerada no Ponto de Medição pelo cilindro de Bouguer (ver dedução em Heiskanen e Moritz) é dada por:

$$g_B = 2\pi G \rho h \quad (4.29)$$

Se substituirmos as constantes na expressão anterior podemos obter:

$$g_B = 0.041909 \times 10^{-8} \rho h \quad (4.30)$$

4.5.4 Anomalia da Faye

As correções descritas nos pontos anteriores permitem resolver em grande medida o problema descrito no início desta secção, que é o de tornar comparáveis medidas da gravidade realizadas em pontos de observação que

possuem altitudes diferentes, de modo a daí extrair informação interpretável em termos de contrastes de densidade.

O caso mais simples é aquele no qual apenas consideramos a variação da gravidade com a altitude e com a latitude. Neste caso, podemos reduzir as nossas medidas ao plano do geóide, calculando o que se designa por Anomalia de Ar-livre ou Anomalia de Faye, e que é dada por:

$$\Delta g_F = g_{med} - \gamma + 0.3086 \times 10^{-5} h \quad (4.31)$$

em que g_{med} se refere ao valor medido no Ponto de Observação, γ é o valor dado pela Fórmula Internacional da Gravidade para a latitude do Ponto de Observação, e h é a altitude desse ponto.

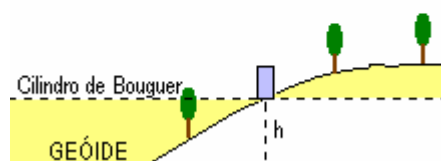
4.5.5 Anomalia Simples de Bouguer

A anomalia de Bouguer é a grandeza mais utilizada em prospecção geológica porque traduz mais fielmente os efeitos gerados pelos contrastes laterais da densidade. O seu valor é dado por:

$$\Delta g_B = g_{med} - \gamma + 0.3086 \times 10^{-5} h - 0.041909 \times 10^{-8} \rho h$$

No caso muito utilizado de a densidade de Bouguer ter o valor $2.67 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$, que é o valor característico da crosta continental, obtemos a expressão:

$$\Delta g_B = g_{med} - \gamma + 0.1967 \times 10^{-5} h$$



4.5.6 Anomalia Completa de Bouguer

Nos casos em que a morfologia do terreno é muito acidentada, não é possível considerar que a influência das massas topográficas possa ser dada pela “plataforma” de Bouguer. A topografia real dá sempre origem a uma redução da gravidade medida no ponto de observação, como pode ser deduzido simplesmente pela observação da figura: quer a região que se encontra “acima da altitude do Ponto de Medida”, quer a região que se encontra “abaixo da altitude do Ponto de Medida” geram neste ponto um campo gravitacional adicional cuja componente vertical é “para cima”.

A “correção topográfica” que é necessário adicionar à expressão da Anomalia de Bouguer indicada anteriormente pode ser calculada por integração do Modelo Digital de Terreno, ou, mais convencionalmente pela utilização de denominado “Ábaco de Hammer” ainda hoje utilizado em operações de prospecção.

4.5.7 Correção de Eötvös

Quando um corpo se encontra em movimento sobre a superfície da Terra, a sua velocidade de deslocação vai contribuir para o valor da aceleração gravítica. É este o caso típico dos levantamentos gravimétricos realizados a bordo de navios.

Suponhamos que o corpo se move para Este em relação à Terra; neste caso a sua velocidade angular vai aumentar e, conseqüentemente, a força centrífuga que actua sobre o corpo também aumenta. Inversamente, se o corpo se move para Oeste, a sua velocidade angular diminuirá e, conseqüentemente, a força centrífuga que o actua também diminuirá. Se o corpo se estiver a mover no equador com uma velocidade v na direcção Este, a sua velocidade aumentará do seu valor original ωR ($7,3 \times 10^{-5} \times 6,4 \times 10^3 = 0,5 \text{ km/s}$), para $(\omega R + v)$. Conseqüentemente, a aceleração centrífuga será aumentada de $(\omega R)^2 / R$ para $(\omega R + v)^2 / R$. Se $v \ll \omega R$, a diferença entre estas duas acelerações será

$$\frac{(\omega R + v)^2}{R^2} - \frac{(\omega R)^2}{R^2} \approx 2v\omega \quad (4.33)$$

Se, por exemplo, a velocidade de deslocamento for igual a 1m/s, por exemplo, vem

$$2v\omega = 2 \times 10^2 \times 7,3 \times 10^{-5} \approx 15 \times 10^{-3}$$

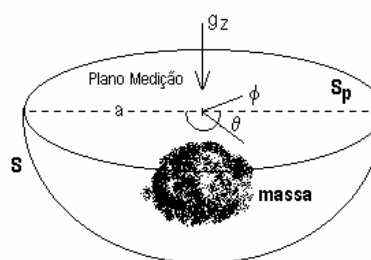
isto é, o valor da aceleração da gravidade, g , será diminuído de 15 mgal.

Este fenómeno não é de menor importância, se nos lembrarmos que grande parte dos valores da gravidade medidos sobre os oceanos são efectuados a partir de um barco em movimento. Para se obter o valor correcto da gravidade, deve conhecer-se a velocidade Este-Oeste do barco e deve proceder-se à correcção adequada. O valor desta correcção é de 15 mgal para uma velocidade de 1m/s no equador (será positiva se o barco se mover na direcção Este e será negativa se ele se mover no sentido contrário).

Se desejarmos conhecer o valor de g com uma precisão de 1 mgal, deveremos conhecer a velocidade do barco com uma precisão de 250 m/h. Até à pouco tempo não era possível obter-se uma precisão deste tipo mas, actualmente, já é possível obtê-la recorrendo a GPS.

4. 6 Interpretação das Anomalias da Gravidade

Se observarmos uma carta de valores “brutos” da gravidade medida numa qualquer área de estudo, facilmente verificaremos que a variação de g essencialmente espelha a variação de altitude. A anomalia gravimétrica de Bouguer remove bem a influência da altitude e da topografia, pelo que se pode considerar representativa, desde que consideremos apenas o que se passa nos pequenos comprimentos de onda, inferiores a dezenas de km. Do ponto de vista da prospecção, este é o ponto de vista mais importante, e a generalidade das cartas gravimétricas determinadas para fins de prospecção mineira (por exemplo) são na verdade “cartas de anomalia de Bouguer”.



A densidade escolhida para a determinação das “anomalias de Bouguer” deve ser interpretada como a densidade média da formação onde o estudo tem lugar, e o valor a utilizar é crítico, uma vez que condiciona todos os cálculos. Existem diversos métodos empíricos para a sua determinação, sendo o mais conhecido o proposto por Nettleton, que se baseia no pressuposto de que a anomalia de Bouguer deve ter a menor correlação possível com a topografia.

Nos pontos seguintes, em que nos vamos preocupar com a atracção gerada em estudos locais, podemos partir do princípio que essa atracção é bem descrita pela anomalia de Bouguer, ou seja, que esta anomalia corresponde efectivamente à componente vertical da atracção gravitacional gerada por contrastes de densidade sob a superfície física da Terra.

4.7 Excesso de Massa

Uma aplicação muito útil do teorema de Gauss é a estimativa do “excesso de massa” existente sob uma superfície, a partir do conhecimento da componente normal da gravidade sobre essa superfície. Suponhamos que se conhece a componente normal da gravidade, g_z , numa superfície horizontal S_p .

Toda a massa que causa g_z está limitada em volume e localizada abaixo de S_p . A massa está fechada numa superfície S , que é composta pela superfície S_p e pelo hemisfério S_H , de raio a , como se pode ver na figura. Nestas condições, o fluxo de \vec{g} através de S , vem:

$$\int_S \vec{g} \cdot \vec{n} dS = - \int_{S_p} g_z dS + \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\partial V}{\partial r} r^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad (4.34)$$

onde utilizamos o facto de a normal ao plano superior poder ser considerada a vertical. O potencial de uma distribuição de massa a grandes distâncias não é dependente dos detalhes da distribuição, pelo que se pode escrever:

$$V(P) = G \int_v \frac{\rho}{r} dv \approx \frac{G}{r} \int_v \rho dv = G \frac{M_T}{r} \quad (4.35)$$

onde M_T é a massa total. Isto quer dizer que o potencial de qualquer distribuição de massa aparece como uma fonte pontual, quando observado a grande distância. Então, como $a \rightarrow \infty$, $r^2 (\partial V / \partial r)$ pode ser passado para fora do sinal de integral na equação (4.34):

$$\int_S \vec{g} \cdot \vec{n} dS = - \int_{S_p} g_z dS + \frac{\partial V}{\partial r} r^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_{\pi/2}^{\pi} \sin \theta d\theta \quad (4.36)$$

mas, de (4.35) $\partial V / \partial r = -GM_T / r^2$, logo

$$\int_S \vec{g} \cdot \vec{n} dS = - \int_{S_p} g_z dS - GM_T \cdot 2\pi \quad (4.37)$$

Mas, do teorema de Gauss (4.24) sabemos que o fluxo através da superfície que estamos a considerar iguala $4\pi GM_T$, pelo que:

$$\int_{S_p} g_z dS = 2\pi \cdot GM_T \quad (4.38)$$

onde S_p representa agora todo o plano horizontal.

Isto quer dizer que, a componente vertical da gravidade integrada ao longo de um plano infinito é proporcional à massa total sob o plano, enquanto a massa estiver limitada em volume. A equação (4.38) fornece um meio de estimar o excesso de massa que causa uma anomalia nos valores medidos da gravidade, se se conseguir isolar o campo anómalo do das outras fontes gravitacionais.

Nem a separação da fonte anómala das outras fontes gravitacionais é um problema simples nem os valores da gravidade são determinados num plano infinito. Assim, tentar-se-á obter um valor aproximado da massa anómala, integrando os valores medidos da gravidade ao longo de uma superfície que se estenda o mais possível para fora da fonte de interesse.

4.8 Anomalia Gravimétrica Gerada por Corpos de Geometria Simples

Consideremos então o caso simples da determinação da atracção gravitacional de uma esfera. Podemos considerar que a atracção gravitacional gerada por uma esfera possui simetria esférica, pelo que, se escolhermos de forma avisada o sistema de coordenadas a utilizar, apenas devemos esperar a existência de uma componente radial.

Neste caso, consideremos uma superfície esférica – superfície de controlo - que é concêntrica com a esfera cujo efeito queremos determinar, e que passa pelo Ponto de Medição. A aplicação do Teorema de Gauss dá origem a:

$$\int_{sup} \vec{g}^A \cdot d\vec{s} = \int_{vol} \text{div} \vec{g} dv \quad (4.39)$$

o primeiro membro da igualdade anterior tem o valor:

$$\int_{sup} \vec{g}^A \cdot d\vec{s} = 4\pi R^2 g_r$$

uma vez que a normal unitária exterior à superfície de controlo é colinear com o campo e onde o valor de g_r é por nós considerado como desconhecido mas que sabemos ter simetria radial. O segundo membro de (4.39) tem pela Equação de Poisson, o valor:

$$\int_{\text{vol}} \text{div} \bar{g}^A dv = -4\pi G\rho$$

pelo que, igualando as expressões anteriores obtemos:

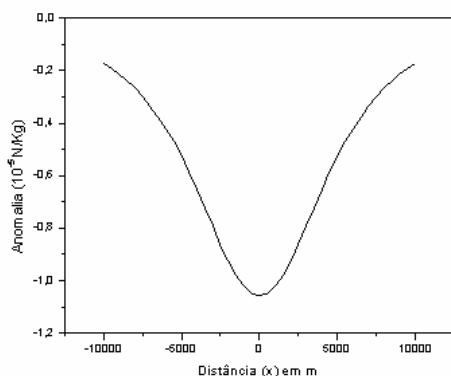
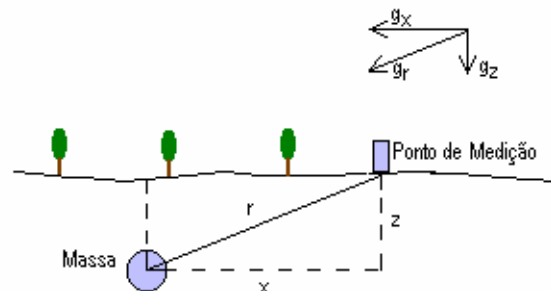
$$\Delta \bar{g}^A = \frac{GM}{R^2} \bar{e}_r \quad (4.40)$$

que traduz o facto (importante !) de que a atracção de uma esfera homogénea é idêntica à de uma massa pontual localizada no seu centro. O efeito gravimétrico desta esférica que designamos por anomala, vai-se adicionar ao efeito mais importante da gravidade da Terra. Sendo assim, a grandeza a que temos acesso, não é o módulo da atracção gravitacional gerada por esta esfera, mas sim a sua componente segundo a direcção do campo gravítico da Terra ou, o que é o mesmo, a sua componente vertical.

Para o cálculo desta componente consideremos a geometria indicada na figura ao lado. A componente vertical do campo descrito na equação anterior tem a forma:

$$\Delta g_z^A = \frac{GM}{r^2} \frac{z}{r} = \frac{GMz}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (4.41)$$

Consideremos a título de exemplo um doma de sal, representado por uma esfera de 2,000 m de raio cujo centro se localiza a 6,500 m de profundidade. Se considerarmos que o contraste de densidade entre o encaixante e o sal é de $-0.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ podemos determinar de forma muito simples a anomalia de gravidade que origina. O resultado encontra-se



representado na figura ao lado. A anomalia máxima gerada (na vertical do centro do doma) é de cerca de -1.0 mgal .

Este valor da anomalia máxima pode ser obtido formalmente a partir da expressão anterior, uma vez que corresponde ao valor nulo de x . Note que esta consideração só é possível desde que o sistema de coordenadas seja escolhido de forma adequada.

O valor máximo da anomalia gravimétrica será então dado por:

$$\Delta g_z^{A,\text{max}} = \frac{GM}{z^2} \quad (4.42)$$

ou seja:

$$\Delta g_z^A = \Delta g_z^{A,\text{max}} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (4.43)$$

Se conhecermos o valor máximo de Δg_z e um outro par de valores ($x, \Delta g$) podemos determinar a profundidade (z na

expressão anterior) a que se encontra a esfera. Podemos ainda determinar a sua massa. Contudo não poderemos resolver o compromisso entre a massa volúmica (ρ) e o raio da esfera (R). Este é um exemplo muito simples dos métodos que podem ser utilizados em prospecção gravimétrica e da sua indeterminação inerente.

Existem fórmulas um pouco mais complexas para corpos de geometria simples, ou corpos tridimensionais que se possam representar por poliedros de faces triangulares, etc...

4.9 Isostasia

Se bem que as anomalias de Bouguer sejam representativas para quando estudamos os pequenos comprimentos de onda do campo gravítico da Terra, quando consideramos regiões extensas, verifica-se de imediato que elas espelham a influência dos mecanismos de compensação existentes na Terra.

Estudando com atenção as anomalias de gravidade, pode-se apreciar que estão distribuídas de forma que, sobre as montanhas são negativas e sobre os oceanos e zonas costeiras são positivas. Isto é devido a um fenómeno já descoberto nos meados do século passado por John H. Pratt († 1871) e George B. Airy (1801-1892), dois cientistas ingleses que fizeram medidas astronómicas na Índia, perto dos Himalaias. Se analisarmos os valores das medidas da gravidade efectuadas ao longo de toda a Terra (ou numa extensão apreciável) e após a aplicação de todas as correcções até agora referidas, verificou-se que as anomalias de Bouguer apresentavam ainda uma correlação sistemática com a topografia superficial. Assim, nas áreas elevadas (grandes cadeias montanhosas) as anomalias de Bouguer eram sempre negativas, enquanto que sobre os oceanos, elas eram sempre positivas; em terra, junto ao mar, a anomalia de Bouguer média era perto de zero. Estas anomalias indicam a existência de variações laterais da densidade, isto é, variações na densidade das rochas que formam a crosta, de tal modo que a densidade das rochas sob as montanhas deverá ser abaixo da média e, sob os oceanos, as rochas devem ter uma densidade acima do valor médio.

Este efeito denomina-se por isostasia e consiste na teoria de que o peso das montanhas deve estar compensado de alguma forma no interior da Terra, para que o material debaixo delas não esteja sujeito a tensões. Algo análogo, mas de sentido inverso, deve acontecer nos oceanos, uma vez que a água do mar tem menos peso que as rochas dos continentes.

Segundo Delaney (1940), Leonardo da Vinci (séc XVI) foi o primeiro a constatar que *as massas visíveis à superfície da Terra se encontravam em equilíbrio*. Só muito mais tarde, em 1749, P. Bouguer e R. J. Boscovich chegaram à mesma conclusão. Contudo, as ideias definitivas sobre a compensação de massa sob as montanhas, surgiram no seguimento de uma campanha geodésica efectuada no norte da Índia: se os Himalaias representassem um acréscimo de massa, a linha de prumo, ou vertical, devia desviar-se na direcção da montanha de uma quantidade correspondente ao excesso de massa representado pela montanha. Contudo, as medições efectuadas por Pratt (1855) mostraram que a deflexão observada era muito menor, cerca de 1/3 da esperada.

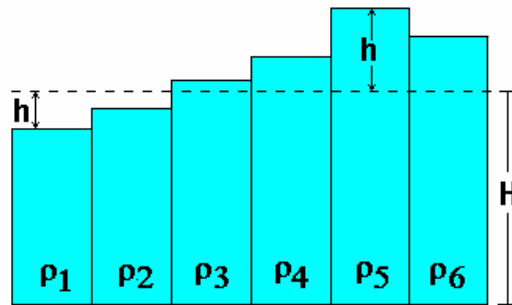
O termo **isostasia**, introduzido pelo geólogo americano Dutton, representa o *Princípio de Arquimedes aplicado às camadas mais superficiais da Terra*, e pode ser definido de dois modos: (i) é uma condição natural da Terra, de tal modo que são feitos ajustes contínuos para se aproximar do equilíbrio gravítico; (ii) representa uma variação na densidade da crosta sistematicamente relacionada com as elevações à superfície, ou seja, com a topografia superficial.

Duas hipóteses foram avançadas imediatamente, e praticamente em simultâneo, para explicar estas observações: a hipótese de Pratt e a hipótese de Airy.

4.9.1 Modelos de Pratt-Hayford

Segundo Pratt, os Himalaias ao "crescerem" diminuíram a sua densidade, de tal modo que quanto mais alta for a montanha menor é a sua densidade. Ele generalizou a sua teoria, propondo uma camada superficial que se estende até uma determinada profundidade (o chamado "nível de compensação"), e que apresenta variações

laterais de densidade de acordo com a topografia superficial. Para justificar geologicamente a sua hipótese, ele postulou que as montanhas eram formadas por expansão vertical, sem variação de massa, de modo que é a densidade que sofre alteração sob um alto ou uma depressão da topografia.



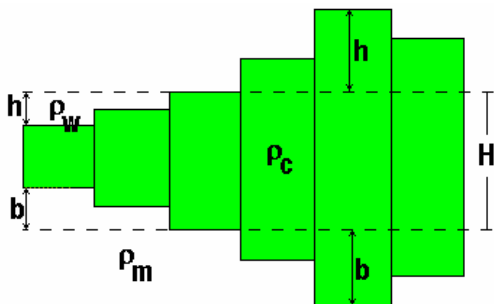
Se considerarmos que a pressão é idêntica no nível de compensação H, podemos igualar o seu valor para o caso em que a altitude é 0 (para a qual a densidade é considerada ρ_0) e o caso onde a altitude é h. Neste último caso a densidade será dada por:

$$\rho_h = \rho_0 \frac{H}{H+h} \quad (4.44)$$

No caso em que a altitude é negativa, e a depressão se encontra preenchida por um oceano de densidade ρ_w , a densidade subjacente será dada por:

$$\rho_h = \frac{\rho_0 H + \rho_w h}{H+h} \quad (4.45)$$

4.9.2 Modelo de Airy-Heiskanen



Segundo Airy, a montanha assenta numa "raiz" de material menos denso que o manto, de tal modo que a massa total sobre a estrutura montanhosa não é maior que a da planície adjacente; de acordo com esta teoria, quanto mais alta for a montanha, maior será a sua raiz. No nosso modelo da Terra tal é materializado por uma crosta que "flutua" sobre um manto, com maior densidade, admitindo-se que o equilíbrio hidrostático se verifica localmente.

Consideremos assim que temos crosta de massa volúmica ρ_c que se encontra sobre manto de densidade ρ_m que consideraremos constantes. Consideremos ainda que a elevação zero corresponde a uma espessura crustal H. Uma elevação da crosta h acima do geóide deverá ser compensada por uma raiz de espessura b de tal modo que:

$$b = \frac{\rho_c h}{\rho_m - \rho_c} \quad (4.46)$$

Se a altitude for negativa, o que acontece num oceano, então teremos uma anti-raiz de espessura b dada por:

$$b = \frac{\rho_c - \rho_w}{\rho_m - \rho_c} h \quad (4.47)$$

onde supomos que a massa volúmica da água é dada por ρ_w .

O facto de haver isostasia não implica que a anomalia gravimétrica (de Ar-livre ou Bouguer) seja nula. Na verdade, podem mesmo obter-se expressões analíticas da ondulação do geóide correspondentes a estes modelos de equilíbrio (ver por exemplo Turcotte e Schubert, 1982). Quando se comparam estas ondulações do geóide com as ondulações

observadas nas margens continentais passivas, conclui-se que são muito próximas, mesmo nos médios comprimentos de onda, o que permite concluir que as margens continentais passivas se encontram próximas do equilíbrio isostático.

4.9.3 Qual dos Modelos ?

As duas hipóteses são bastantes diferentes, se bem que os seus efeitos à superfície sejam equivalentes. Sabemos actualmente que os dois mecanismos estão presentes na Terra.

O modelo de Airy explica bem o que se passa nas variações de espessura crustal e que ocorrem numa gama de profundidades situada entre 5 e 50 km. Este modelo pode ainda ser generalizado de modo a entrar em linha de conta com a rigidez litosférica, no que se designa geralmente por “modelos de placa elástica”.

O modelo de Pratt está presente quando se estuda a expansão térmica da litosfera, a estrutura das dorsais oceânicas ou das plataformas continentais. Uma situação de uma situação deste tipo é a que ocorre nos “swells” associados aos pontos quentes como no Hawai.

Um outro tipo de modelo de compensação isostática está relacionado com o processo de arrefecimento e espessamento da litosfera à medida que se afasta da dorsal. Este processo termomecânico é acompanhado pela transferência de calor da litosfera para o oceano cuja densidade aumenta, gerando subsidência. Este processo que está na base do perfil dos oceanos na escala global é habitualmente designado por subsidência térmica.

4.10 Exercícios

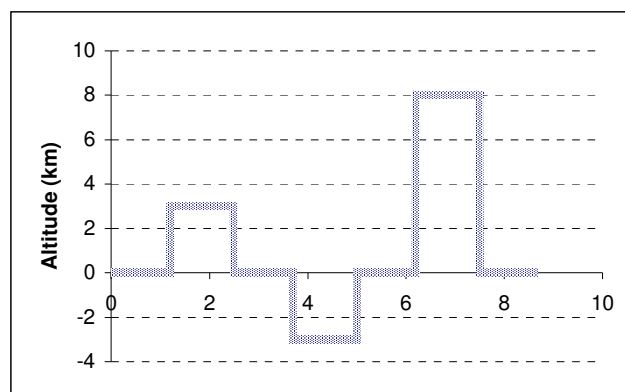
1. Mostre, a partir da expressão do operador gradiente em coordenadas esféricas, que a expressão (4.2) se pode obter a partir de (4.6).
2. Considere o modelo simples em que o campo gravitacional da Terra pode ser descrito pela aproximação esférica. Considere que o valor da gravidade é de 9.8 Nkg^{-1} e a partir deste determine o valor médio da densidade do planeta. ($G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$)
3. A partir da expressão do Campo Gravítico na aproximação esférica, esboce a variação da amplitude da gravidade com a latitude.
4. As equações 4.27 e 4.28 permitem-nos calcular a gravidade teórica em qualquer ponto da Terra. Calcule o valor da gravidade normal para Lisboa. Obtenha de uma carta as coordenadas geográficas e a altitude média. (Tome também em consideração o gradiente vertical da gravidade - equação 4.26)
5. Considere a tabela de valores seguinte, onde se indica a anomalia gravimétrica medida sobre o geóide, em mgal (10^{-5} N/kg) em função da distância (em metro):

x	g	x	g	x	g	x	g
-200	0,027	-100	0,073	0	0,127	100	0,073
-190	0,030	-90	0,080	10	0,126	110	0,067
-180	0,033	-80	0,087	20	0,124	120	0,061
-170	0,037	-70	0,095	30	0,120	130	0,055
-160	0,041	-60	0,102	40	0,115	140	0,050
-150	0,045	-50	0,109	50	0,109	150	0,045
-140	0,050	-40	0,115	60	0,102	160	0,041
-130	0,055	-30	0,120	70	0,095	170	0,037
-120	0,061	-20	0,124	80	0,087	180	0,033

-110	0,067	-10	0,126	90	0,080	190	0,030
------	-------	-----	-------	----	-------	-----	-------

Esboce a anomalia gravimétrica e determine a profundidade do centro de uma esfera capaz de gerar esta anomalia. Determine igualmente a massa da esfera.

6. Calcule qual deverá ser o valor da correção de Ar-Livre no planeta Vénus. Utilize os valores das tabelas do capítulo 1.
7. Considere uma caverna esférica cheia de água, e localizada numa formação cuja massa volúmica é de $2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Determine o valor máximo da anomalia da gravidade gerada no nível do geóide admitindo que o raio da caverna é de 150 m e que a cota mais elevada é de 75 m.
8. Na hipótese de Airy considere crosta de massa volúmica 2700 Kg/m^3 em equilíbrio sobre manto de massa específica 3000 Kg/m^3 . Determine qual a raiz gerada por uma cadeia de montanhas com 2500 m de altitude, e qual a anti-raiz gerada num oceano de profundidade 3000 m. Considere que a água do oceano tem a massa volúmica de 1030 Kg/m^3 .
9. A erosão diminuiu a altitude de um maciço em 100 m. Admitindo que existe recuperação isostática qual foi a espessura de material realmente erodida ?
10. Em determinado local verificou-se que a crosta sofreu uma sobre-elevação isostática de 275 m devido ao desaparecimento de uma camada de gelo. Determine a espessura da camada de gelo inicial, sabendo que a sua massa volúmica é de 900 Kg/m^3 , e admitindo os valores de 2700 Kg/m^3 e 3000 Kg/m^3 para as densidades da crosta e do manto.
11. Considere o processo de sedimentação numa bacia oceânica, admitindo que a espessura de sedimentos é de 1000 m, e que as densidades da água, sedimentos, crosta e manto são 1000 Kg/m^3 , 1500 Kg/m^3 e 2700 Kg/m^3 e 3000 Kg/m^3 , respectivamente. Determine a variação da profundidade do oceano, antes e depois do processo de sedimentação.
12. Aplique os modelos de Pratt e de Airy à situação apresentada na figura seguinte. No modelo de Airy, determine a interface crosta manto, considerando os valores das massas específicas para a crosta, manto e oceano apresentados no problema 8. No modelo de Pratt considere o valor de 2700 Kg/m^3 para a massa volúmica da crosta sem perturbações, o nível de compensação a 70 km de profundidade e determine a densidade dos diferentes blocos de crosta.



13. Considere um ponto à latitude de 35°N e a uma altitude de 600 metros, onde o valor observado da gravidade é 979.58912 gal .

- a) Calcule o valor teórico da gravidade para um local àquela latitude
- b) Calcule a anomalia de ar livre.
- c) Calcule a anomalia simples de Bouguer, supondo que a massa volúmica é de $2.67 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.
- d) Determine a anomalia completa de Bouguer, supondo que o valor da correcção de terreno é 22 mgal.

4.10 Bibliografia

- Blakely, R., *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*, Cambridge University Press, USA, 1995.
- Dobrin, M.B. and C.H. Savit, 1988. *Introduction to Geophysical Prospecting*. McGraw-Hill Book Company, 4th Ed.
- Heiskanen e Moritz, *Physical Geodesy*,
- Sharma, P.V., 1976. *Geophysical Methods in Geology*. Methods in Geochemistry and Geophysics, 12. Elsevier Scientific Publishing Company.
- Sleep, N.H. and K. Fujita, 1997. *Principles of Geophysics*. Blackwell Science, Malden, Massachusetts, 586p.
- Sousa Afonso, J N V M, pp 167, Instituto Português de Cartografia e Cadastro, 1968.
- Stacey, Frank D., *Physics of the Earth*, Brookfield Press, Australia, pp 1-513, 1992.
- Telford, W.M., L.P. Geldart and R.E. Sheriff, 1990. *Applied Geophysics*. Cambridge University Press, 2nd Ed., Cambridge.
- Tsuboi, C., 1981. *Gravity*. George Allen and Unwin, U.K.