Posicionamento

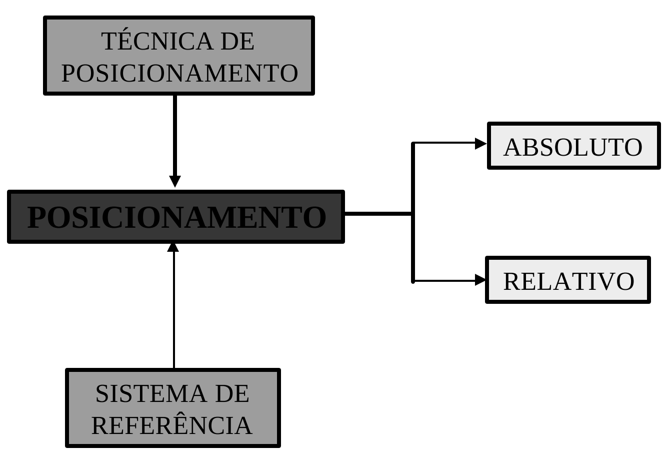
1. Definição: determinação da posição de um qualquer ponto num qualquer sistema de referência, onde as respectivas coordenadas são obtidas por um dado método (matemático) que recorre a uma determinada técnica (instrumental).

- A posição deve ser independente da técnica utilizada, ao passo que a respectiva precisão de posicionamento é dependente do método e técnica utilizados.

1.1 Tipos de Posicionamento: Absoluto e Relativo.

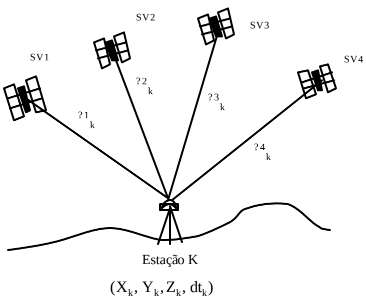
1.2 O Posicionamento é exemplo do <u>Problema Directo</u> da geodesia: determinar as coordenadas a partir das observações entre as estações, ou entre as estações e os pontos de referência

Posicionamento

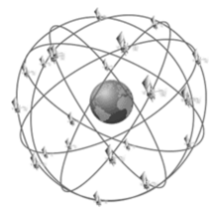


Posicionamento Absoluto

2.1 Exemplo <u>GPS</u>: determinação directa das coordenadas geodésicas de um ponto com um único receptor.



Absoluto (1 estação)



$$\begin{cases} P_k^1 = \sqrt{(X^1 - X_k)^2 + (Y^1 - Y_k)^2 + (Z^1 - Z_k)^2} + Cdt_k \\ P_k^2 = \sqrt{(X^2 - X_k)^2 + (Y^2 - Y_k)^2 + (Z^2 - Z_k)^2} + Cdt_k \\ P_k^3 = \sqrt{(X^3 - X_k)^2 + (Y^3 - Y_k)^2 + (Z^3 - Z_k)^2} + Cdt_k \\ P_k^4 = \sqrt{(X^4 - X_k)^2 + (Y^4 - Y_k)^2 + (Z^4 - Z_k)^2} + Cdt_k \end{cases}$$

Posicionamento Absoluto

2.2 Exemplo <u>Astronomia Geodésica</u>: determinação directa das coordenadas astronómicas de uma estação por observação de estrelas nas sua passagem meridiana ou no cruzamento do almucântara Z=30º.

Dados1: posições médias aparentes das estrelas (α, δ) do FK5;
Dados2: TsidMG, Xp, Yp, ΔTUC
Observações: distâncias zenitais e TU

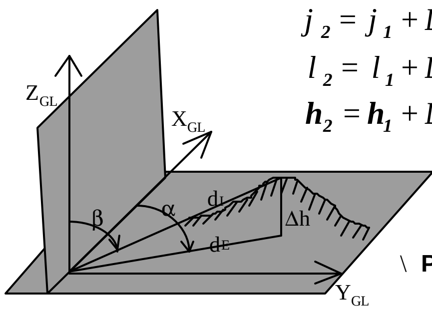
Método da Latitude: Pares de Estrela em passagens superiores opostas (Talcot);
Método da Longitude: Registos TU em posições simétricas na culminação superior;
Métodos combinado: Cruzamento com o almucântara Z=30º.

Posicionamento relativo

3. Método Terrestre

a) Este posicionamento resulta da observação por métodos directos e/ou indirectos da distância, azimute e distância zenital (coordenadas polares no sistema de referência geodésico local) de uma estação para outra:

$$j_2 = j_1 + Dj_{12}(\boldsymbol{d}, a, b)$$
$$l_2 = l_1 + Dl_{12}(\boldsymbol{d}, a, b)$$
$$\boldsymbol{h}_2 = \boldsymbol{h}_1 + D\boldsymbol{h}_{12}(\boldsymbol{d}, a, b)$$



\ **Problema Directo da Geodesia**

Posicionamento relativo

3.1 Observações geodésicas clássicas

a) São as grandezas necessárias à determinação de coordenadas dos vértices de uma rede geodésica:

1 – Azimutes Astronómicos
2 – Ângulos (direcções) azimutais
3 – Distâncias (bases geodésicas)
4 – Ângulo Zenitais
5 – Desníveis (nivelamento geométrico)

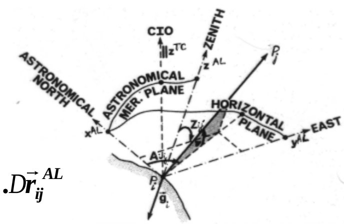
b) Sendo obtidas num sistema AL, estas devem ser sujeitas às típicas correcções instrumentais e atmosféricos, e às correcções de redução ao elipsóide (AL →GL→G).

Posicionamento relativo

3.2 Terrestre Tridimensional – com (Φ, Λ)

a) Vector topocêntrico (inter-estação) de P_i para P_j:

$$\Delta \boldsymbol{r}_{ij}^{AL} = \Delta r_{ij}\vec{\boldsymbol{u}}_{ij}^{AL} = \boldsymbol{d}_{ij}\begin{bmatrix} \boldsymbol{senZ_{ij}\cos A_{ij}} \\ \boldsymbol{senZ_{ij} senA_{ij}} \\ \boldsymbol{\cos Z_{ij}} \end{bmatrix}$$



b) transformação para o sistema TC

$$\Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{TC} = \boldsymbol{R_3}(\pi - \Lambda_i)\cdot \boldsymbol{R_2}\left(\frac{\pi}{\boldsymbol{2}} - \Phi_i\right)\cdot \boldsymbol{P_2}.\Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{AL}$$

c) Vector posição P_j no sistema TC

$$\vec{\boldsymbol{r}}_j^{TC} = \vec{\boldsymbol{r}}_i^{TC} + \Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{TC} \qquad (X,Y,Z)_j^{TC} = (X,Y,Z)_i^{TC} + (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_{ij}^{TC}$$

Posicionamento relativo

3.3 Terrestre Tridimensional – com (φ, λ) e (η, ξ)

a) Transformar o vector topocêntrico (inter-estação) para sistema GL:

$$\Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{GL} = \boldsymbol{R_3}(\boldsymbol{A}_{ij} - \alpha_{ij})\cdot \boldsymbol{R_2}(-\xi_i)\cdot \boldsymbol{R_1}(\eta_i).\Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{AL}$$

b) transformação para o sistema geodésico G

$$\Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{G} = \boldsymbol{R_3}(\pi - \lambda_i)\cdot \boldsymbol{R_2}\left(\frac{\pi}{\boldsymbol{2}} - \varphi_i\right)\cdot \boldsymbol{P_2}.\Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{GL}$$

c) Vector posição P_j no sistema G

$$\vec{\boldsymbol{r}}_j^{G} = \vec{\boldsymbol{r}}_i^{G} + \Delta \vec{\boldsymbol{r}}_{ij}^{G} \qquad (X,Y,Z)_j^{G} = (X,Y,Z)_i^{G} + (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_{ij}^{G}$$

d) Transformação para TC

$$\vec{r}_j^{\,TC} = \vec{r}_0^{\,TC} + R_1(e_x)\cdot R_2(e_y)\cdot R_3(e_z)\cdot \vec{r}_j^{\,G}$$

Posicionamento relativo

4. Métodos Extraterrestres

a) Neste métodos de posicionamento, a partir de 2 ou mais pontos, são efectuadas medições em simultâneo para um ou mais objectos espaciais:

b) Dependendo do método utilizado, pode-se obter apenas a direcção do vector (co-senos directores) que une as estações ou, então, o vector completo (componentes);

c) A generalidade dos métodos:

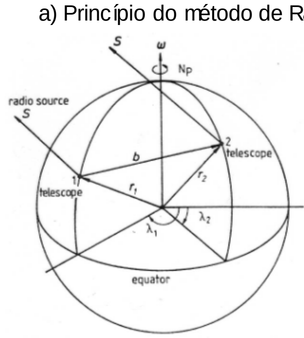
1 – Sistema de posicionamento de Interferometria de base longa – VLBI;
2 – Sistemas de posicionamento relativo com *laser* – LLR e SLR;
3 – Sistema de Posicionamento - DORIS (*Détermination d'Orbit e Radiopositio-nnement Integrés par Satellite*);
4 – Sistemas Global de Navegação por Satélite - GPS, Glonass e Galileu;

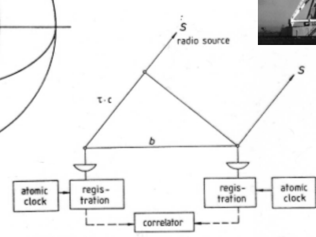
d) Ver descrição dos métodos em Vanícek and Krakiwski (1981, §16.1)

Posicionamento relativo

4.1 VLBI

a) Princípio do método de Rádio-Interferometria de base longa

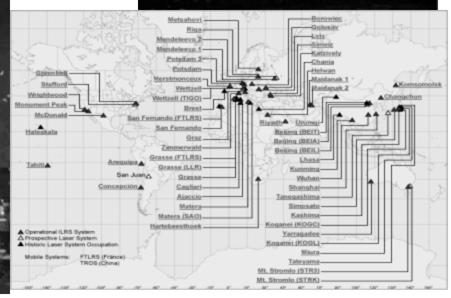




Posicionamento relativo

4.2 SLR - rede do ILRS

a) Uma estação envia cerca de 10^{15} fotões/impulso e regressam apenas 2-3 fotões/impulso, suficiente para medir a distância estação-satélite.

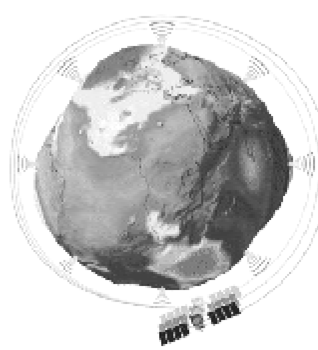


Posicionamento relativo

4.3 DORIS

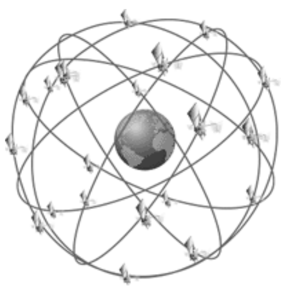
a) O sistema baseia-se no efeito Doppler - a frequência do sinal recebido no satélite difere da frequência de transmissão na estação;

b) É utilizado para: determinação de órbitas estudos do campo gravítico e da rotação da Terra; posicionamento de precisão e navegação de satélite.

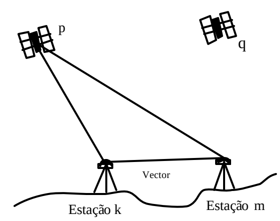


Posicionamento relativo

4.4 GPS



Relativo/diferencial
(2 ou mais receptores)

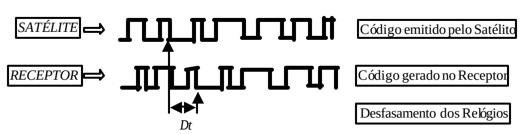


$$(X_m, Y_m, Z_m) = (X_k, Y_k, Z_k) + (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$$

Posicionamento relativo

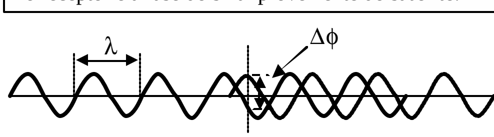
4.4 GPS

Pseudo-distância – tempo de percurso do sinal, desde o satélite até ao receptor, medida a partir do desfasamento do código PRN e convertida em distância.



$D\boldsymbol{t} = \boldsymbol{tp} + d_{ts} + d_{tr} + e_{at}$
$\boldsymbol{P}_{sr} = \boldsymbol{C}\, D\boldsymbol{t}$

Fase de batimento da onda portadora – diferença de fase entre a fase do sinal gerado no receptor e a fase do sinal proveniente do satélite.



$\varphi_r^s(t) = \varphi^s(t) - \varphi_r(t) + N_r^s(1) + \text{ruido}$
$\rho_r^s(t) + \text{ruido} = \lambda \varphi_r^s(t)$

Posicionamento relativo

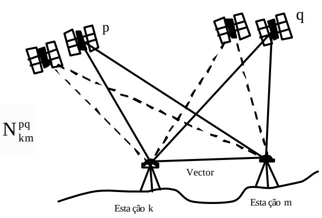
4.4 GPS

Fase observada

$$\boxed{\varphi_k^p(t) = \varphi_T^p(t) - \frac{f\rho_k^p(t)}{C} - \varphi_k(t) + N_k^p(1)}$$

Diferenças simples da fase observada

$$\Delta_{km}^p = \varphi_k^p(t) - \varphi_m^p(t) = -\frac{f}{C}\left[\rho_k^p(t) - \rho_m^p(t)\right] - \left[\varphi_k(t) - \varphi_m(t)\right] + N_{km}^p$$



Diferenças duplas da fase observada

$$\Delta_{km}^{pq} = \Delta_{km}^p - \Delta_{km}^q = -\frac{f}{C}\left\{\left[\rho_k^p(t) - \rho_m^p(t)\right] - \left[\rho_k^q(t) - \rho_m^q(t)\right]\right\} + N_{km}^{pq}$$

Diferenças triplas da fase observada

$$\nabla_{km}^{pq} = \Delta_{km}^{pq}(t+1) - \Delta_{km}^{pq}(t)$$

Problema Inverso da Geodesia

5. Definição: dadas as coordenadas de dois pontos P_i e P_j no sistema geodésico G, calcular a distância espacial, o azimute e a distância zenital (coordenadas polares no sistema geodésico local GL).

5.1 Posicionamento relativo tridimensional geodésico

$$\Delta\vec{r}_{ij}^{\,GL} = \boldsymbol{P_2} \cdot \boldsymbol{R_2}\left(\varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \boldsymbol{R_3}\left(\lambda_i - \pi\right) \cdot \Delta\vec{r}_{ij}^{\,G}$$

com $\Delta\boldsymbol{r}_{ij}^{G} = \begin{bmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{bmatrix}_G$ e $\boldsymbol{P_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ matriz de inversão de y

Problema Inverso da Geodesia

5.1 Posicionamento relativo tridimensional geodésico

Resolvendo a seguinte relação em ordem às observações

$$\Delta \mathbf{r}_{ij}^{GL} = \Delta \mathbf{r}_{ij}\vec{\mathbf{u}}_{ij}^{GL} = \Delta \mathbf{r}_{ij}\begin{bmatrix} \mathrm{sen}Z_{ij}\cos\alpha_{ij} \\ \mathrm{sen}Z_{ij}\,\mathrm{sen}\,\alpha_{ij} \\ \cos Z_{ij} \end{bmatrix}$$

obtém-se

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{r}_{ij}^{GL} = \left\| \Delta \vec{\mathbf{r}}_{ij} \right\| = \sqrt{\Delta \mathbf{x}_{ij}^2 + \Delta \mathbf{y}_{ij}^2 + \Delta \mathbf{z}_{ij}^2} \\ \alpha_{ij}^{GL} = 2\,\mathrm{arctg}\dfrac{\Delta \mathbf{y}_{ij}}{\Delta \mathbf{x}_{ij} + \sqrt{\Delta \mathbf{x}_{ij}^2 + \Delta \mathbf{y}_{ij}^2}} \\ Z_{ij}^{GL} = \mathrm{arcsen}\left(\Delta \mathbf{z}_{ij} / \Delta \mathbf{r}_{ij}\right) - \pi/2 \end{cases}$$

Problema Inverso da Geodesia

5.2 Posicionamento relativo tridimensional astronómico

$$\Delta \vec{\mathbf{r}}_{ij}^{AL} = \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{R}_2\left(\Phi_i - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \mathbf{R}_3\left(\Lambda_i - \pi\right) \cdot \Delta \vec{\mathbf{r}}_{ij}^{TC}$$

ou

$$\Delta \vec{\mathbf{r}}_{ij}^{AL} = \mathbf{R}_1(-\eta_i) \cdot \mathbf{R}_2(\xi) \cdot \mathbf{R}_3\left(-\delta\alpha_{ij}\right) \cdot \Delta \vec{\mathbf{r}}_{ij}^{GL}$$

resultando

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{ij}^{AL} = 2\,\mathbf{arctg}\dfrac{\Delta \mathbf{y}_{ij}}{\Delta \mathbf{x}_{ij} + \sqrt{\Delta \mathbf{x}_{ij}^2 + \Delta \mathbf{y}_{ij}^2}} \\ \mathbf{Z}_{ij}^{AL} = \mathbf{arcsen}\left(\Delta \mathbf{z}_{ij} / \Delta \mathbf{r}_{ij}\right) - \pi/2 \end{cases}$$