

Método sequencial de ajustamento no tratamento de observações GPS

Carlos Antunes

Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Campo Grande - 1700 LISBOA
E-mail: mcarlos@cc.fc.ul.pt

Resumo

A escolha de um estimador óptimo na resolução de problemas de estimação linear discreta é de extrema importância; por um lado, para a obtenção da solução de variância mínima, e por outro lado, para a determinação e tratamento de determinado tipo de erros de observação que podem, por vezes, parecer insolúveis ou complicar a resolução do problema.

Neste trabalho pretendeu-se mostrar que o método sequencial dos mínimos quadrados constitui um estimador óptimo para o problema das observações de diferença dupla de fase das ondas portadoras dos sinais GPS, e um bom “filtro” no problema de detecção e correcção dos saltos de ciclo. Os resultados alcançados em bases curtas são satisfatórios.

1. Introdução

A observável de diferenças duplas de fase das ondas portadoras do sinal GPS apresenta um tipo de erros - *salto de ciclo*, embora por vezes quase não presente nas observações, pode dificultar a determinação da melhor solução. Este tipo de erros impossibilita por completo a utilização do método dos mínimos quadrados clássicos (de resolução global), pois com este método é impossível a detecção e localização de saltos de ciclo, com a agravante de se obter uma solução pouco precisa e desviada. Só um estimador de tratamento sequencial permite uma detecção correcta e precisa.

O conjunto de observações GPS apresenta, normalmente, uma configuração variável de satélites ao longo do período de observação. Tal configuração, em termos de modelo matemático, implica a variação do número de parâmetros do modelo, mais especificamente, das ambiguidades de ciclo. O processamento desse modelo, através de um estimador sequencial, revela-se bem mais complexo do que o modelo simples com o número constante de parâmetros. Por essa razão e, principalmente, porque o objectivo do trabalho desenvolvido era o de testar o método como um bom detector de saltos de ciclo e, conseqüentemente, como um bom estimador para este problema, optou-se pelo modelo com o número fixo de parâmetros ao longo do período de observação, o que obviamente, conduz ao desprezo de informação redundante.

2. Formalismo do Método Sequencial de Ajustamento

O modelo matemático para o ajustamento de observações GPS apresenta-se na forma particular, com equações de observação, pelo que, se dispensa a apresentação do caso geral ou modelo misto.

O conceito de solução sequencial baseia-se na divisão do conjunto das observações em grupos, com os quais se executa um tratamento matemático sequencial de ajustamento, onde aos grupos já ajustados (dos quais resulta uma estimativa da solução) se acrescenta um novo grupo de observações. Este acréscimo de observações origina uma correcção à estimativa da solução já existente, de modo a obter-se uma nova estimativa, mantendo-se a correlação entre grupos.

Para simplificar a dedução do modelo matemático, assume-se que o conjunto de observações é formado apenas por dois grupos. Sendo assim, os dois modelos funcionais e estocásticos

podem, respectivamente, ser definidos da seguinte forma

$$\begin{aligned} L_{1a} &= F_1(X) \\ L_{2a} &= F_2(X) \end{aligned} \quad P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \Sigma_1^{-1} & 0 \\ 0 & \Sigma_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Assumindo a linearização do modelo funcional e utilizando X em vez de ΔX, por uma questão de simplificação de notação, pode-se escrever o respectivo sistema de equações lineares, na forma

$$\begin{aligned} V_1 &= A_1 X + L_1 \\ V_2 &= A_2 X + L_2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

com $L_i = F_i(X_0) - L_{ia}|_{i=1,2}$; $A_1 = \frac{\partial F_1}{\partial X}|_{L_{10}, X_0}$ e $A_2 = \frac{\partial F_2}{\partial X}|_{L_{20}, X_0}$.

A solução do sistema (2.2), por aplicação do método dos mínimos quadrados, resulta da minimização da função Ø dado por

$$\text{Ø}(V_1, V_2, K_1, K_2, X) = (V^T P V)_1 + (V^T P V)_2 - 2K_1^T (V_1 - A_1 X - L_1) - 2K_2^T (V_2 - A_2 X - L_2) \quad (2.3)$$

Resolvendo e simplificando as equações resultantes da condição de minimização da função Ø, obtém-se o sistema de equações normais relativo ao sistema (2.2)

$$\left[\begin{array}{c|c} A_1^T P_1^{-1} A_1 & A_2^T \\ \hline A_2 & -P_2 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \hat{X} \\ -\hat{K}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1^T P_1^{-1} L_1 \\ -L_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Neste sistema de equações normais alargado identifica-se, facilmente, o sistema de equações normais associado ao primeiro sistema de equações lineares de (2.2), o qual admite as seguintes estimativas

$$\begin{aligned} X^* &= -N_1^{-1} U_1 & (V^T P V)^* &= -U_1^T N_1^{-1} U_1 + L_1^T P_1 L_1 \\ Q_{X^*} &= N_1^{-1} & \hat{\sigma}_0^2 &= \frac{V^T P V}{n_1 - u} \end{aligned} \quad (2.5)$$

com $N_1 = A_1^T P_1 A_1$ e $U_1 = -A_1^T P_1 L_1$.

Resolvendo o sistema (2.4), podem-se obter expressões da solução na forma sequencial ou recursiva, usando as expressões das estimativas de (2.5)

$$\begin{aligned} \hat{X} &= X^* + \Delta X = X^* - N_1^{-1} A_2^T T (A_2 X^* + L_2) \\ V^T P V &= (V^T P V)^* + \Delta(V^T P V) = (V^T P V)^* + (A_2 X^* + L_2)^T T (A_2 X^* + L_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde $T = (P_2^{-1} + A_2 N_1^{-1} A_2^T)^{-1}$.

De igual modo, e por aplicação da lei de propagação das variâncias-covariâncias, também se pode obter a expressão sequencial para a matriz cofactor dos parâmetros

$$Q_X = Q_{X^*} + \Delta Q_X = Q_{X^*} - N_1^{-1} A_2^T T A_2 N_1^{-1} \quad (2.7)$$

Finalmente, a variância de unidade de peso à posteriori será dada por

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n_1 + n_2 - u} \quad (2.8)$$

sendo, n_1 e n_2 os respectivos números de observações dos dois grupos, e u o número de parâmetros do sistema.

3. Modelo Matemático das Diferenças Duplas de Fase

A expressão completa da diferença de fase medida no receptor k , em relação a um satélite p , é dada, segundo *Leick* [1990], por

$$\varphi_k^p(t_r) = a^p(t - t_0) + \frac{1}{2}b^p(t - t_0)^2 + \varphi_T^p(t_0) + \frac{f}{c}\rho_k^p(t) - \quad (3.1)$$

$$\left[a^p + b^p(t - t_0) \right] \frac{\rho_k^p(t)}{c} - \frac{f}{c} \dot{\rho}_k^p dt_k - \varphi_k(t_0) - f dt_k + N_k^p(1)$$

a partir da qual, se deduz a diferença dupla de fase, relativamente aos receptores (k,m) e aos satélites (p,q)

$$\Delta_{km}^{pq} = \Delta_{km}^p - \Delta_{km}^q \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{c} \left[a^p + b^p(t - t_0) \right] \left[\rho_k^p(t) - \rho_m^p(t) \right] + \frac{1}{c} \left[a^q + b^q(t - t_0) \right] \left[\rho_k^q(t) - \rho_m^q(t) \right] \\ &- \frac{f}{c} \left[\rho_k^p(t) - \rho_m^p(t) \right] - \frac{f}{c} \left[\dot{\rho}_k^p(t) dt_k - \dot{\rho}_m^p(t) dt_m \right] + \frac{f}{c} \left[\rho_k^q(t) - \rho_m^q(t) \right] \\ &+ \frac{f}{c} \left[\dot{\rho}_k^q(t) dt_k - \dot{\rho}_m^q(t) dt_m \right] + N_{km}^{pq}(1) \end{aligned}$$

em que t representa o tempo nominal; t_0 o instante nominal de referência; a^p e b^p parâmetros do estado da frequência de emissão dos sinais dos satélites, respectivamente, estado inicial em relação à frequência nominal f e sua variação por unidade de tempo (deriva); c é a velocidade de propagação do sinal; ρ representa a distância topocêntrica entre um satélite e um receptor; $\dot{\rho}$ a sua variação (derivada) em ordem ao tempo e dt o estado do relógio dos receptores no instante de recepção. O termo $N_{km}^{pq}(1)$ representa a combinação linear das ambiguidades de ciclo equivalentes a cada uma das diferenças de fase observada, correspondendo, cada uma delas, ao número de ciclos ou batimentos da época inicial, decorridos desde o instante de emissão até ao instante de recepção.

Adoptando para os factores dt_k e dt_m os valores calculados em cada época, através do código e registados no ficheiro das observações, não se necessita de uma modelação desses factores, por exemplo, do tipo polinomial, como refere *Leick* [1989]. Desta forma, com as coordenadas dos satélites calculadas a partir de efemérides conhecidas, e com uma configuração de S satélites observados ($S > 3$) e para o sistema de base única (um receptor de referência e um receptor livre), tem-se o seguinte vector transposto dos parâmetros do sistema ¹

$$X^T = \left[N_{12}^{12}, N_{12}^{13}, \dots, N_{12}^{1(S-1)}, X_2, Y_2, Z_2 \right] \quad (3.3)$$

para a determinação dos quais se obtém, em cada época (j), o seguinte vector transposto das observações de diferença dupla de fase

$$\Delta_{12}^T(j) = \left[\Delta_{12}^{12}(j), \Delta_{12}^{13}(j), \dots, \Delta_{12}^{1(S-1)}(j) \right] \quad (3.4)$$

Para a mesma época (j), a respectiva matriz de coeficientes do sistema de equações lineares, de dimensões $(S-1+3) \times (S-1)$, apresenta-se dividida em duas submatrizes bem definidas, a primeira,

¹ Assumiu-se o satélite $S=1$ de referência por um questão de simplificação de escrita

uma matriz identidade, relativa às ambiguidades de ciclo, e a segunda, definida pelas derivadas parciais do funcional de (3.2) em relação às coordenadas da estação livre:

$$A(j) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \Delta_{12}^{12}}{\partial X_2} & \frac{\partial \Delta_{12}^{12}}{\partial Y_2} & \frac{\partial \Delta_{12}^{12}}{\partial Z_2} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \frac{\partial \Delta_{12}^{13}}{\partial X_2} & \frac{\partial \Delta_{12}^{13}}{\partial Y_2} & \frac{\partial \Delta_{12}^{13}}{\partial Z_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \frac{\partial \Delta_{12}^{1(S-1)}}{\partial X_2} & \frac{\partial \Delta_{12}^{1(S-1)}}{\partial Y_2} & \frac{\partial \Delta_{12}^{1(S-1)}}{\partial Z_2} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Partindo do vector de diferenças duplas de fase de uma época (j), definido por $\Delta = D\Phi$, onde Φ é o vector das diferenças de fase observadas e

$$D(j) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & -1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

e assumindo a mesma precisão σ_ϕ para todas as observações de diferença de fase observada, obtém-se, por aplicação da lei de propagação das covariâncias, a matriz cofactor para as observações de diferenças duplas de fase

$$Q_\Delta = \sigma_\phi^2 DD^T = P^{-1} \quad (3.6)$$

4. Efeitos atmosféricos

Para a modelação troposférica adoptou-se um modelo simples, que minimamente resolvesse a influência deste efeito, e de modo que os resultados fossem satisfatórios. O modelo utilizado, e que entra como correcção directa à observação de diferença dupla de fase depois de esta ser convertida em metros, foi o modelo apresentado em *Mendes and Landley* [1995]:

$$d_{trop} = d_h^Z m_h(\epsilon) + d_w^Z m_w(\epsilon) \quad (4.1)$$

cujas componentes hidrostática e húmida na direcção do zénite são dadas pelos modelos, respectivamente, de *Saastamoinen* e *Baby*:

$$d_h^Z = 10^{-6} K_1 R_d \frac{P_s}{g_m} \quad d_w^Z = 10^{-3} Uv10^{\gamma(T-273.15)} \quad (4.2)$$

onde, para a componente hidrostática, a pressão P_s à superfície foi deduzida de uma expressão aproximada, função da altitude ortométrica; e para a componente húmida, foram utilizados valores médios de temperatura e humidade relativa, respectivamente, de 18°C e 50%. Para as funções de mapeamento utilizadas, $m_h(\epsilon)$ e $m_w(\epsilon)$, que traduzem a projecção das duas componentes zenitais sobre uma direcção de elevação (ϵ), foram utilizadas as funções de *Chao* [Mendes and Landly, 1995]:

$$m_h(\epsilon) = \left(\text{sene}\epsilon + \frac{A_1}{\text{tge}\epsilon + B_1} \right)^{-1} \quad e \quad m_w(\epsilon) = \left(\text{sene}\epsilon + \frac{A_2}{\text{tge}\epsilon + B_2} \right)^{-1} \quad (4.3)$$

O efeito ionosférico não foi considerado, principalmente, porque o que estava em causa era apenas testar o método sequencial de ajustamento, e também, porque este efeito tem uma menor influência, ao nível da ordem de grandeza das bases processadas, comparado com o efeito troposférico. Como a análise dos resultados nos mostra, o desprezo desse efeito revelou-se num erro final da ordem de 1ppm. Desse modo, não tendo o programa da aplicação sido adaptado para tal processamento, foram apenas processadas as ondas L1 e L2 disponíveis em todas as bases.

5. Solução sequencial e determinação de saltos de ciclo

A principal vantagem da aplicação da solução sequencial dos mínimos quadrados no tratamento de observações GPS é o facto de poder funcionar como um bom filtro, atendendo a um dos principais erros destas observações, o *salto de ciclo*. Embora este erro ocorra de forma aleatória ao longo do período de observação, ele apresenta-se nas observações de diferença dupla de fase com carácter sistemático para o grupo de observações posteriores à sua ocorrência. É devido a esta característica que se impõe a necessidade de uma solução de tipo sequencial, embora se possa utilizar a solução clássica dos mínimos quadrados recorrendo, nesse caso, a um pré-processamento das observações de diferenças triplas de fase.

A diferença de fase, observada no receptor, é o valor acumulado do número inteiro de ciclos ocorridos na fase portadora desde o início de observação, mais a parte fraccionária da diferença das fases, ou seja: $Int(\varphi, t-t_0) + Fr(\varphi)$. Assim, o salto de ciclo aparece como uma repentina descontinuidade de um dado número inteiro de ciclos (sobre a parte inteira), verificada na diferença de fase observada numa dada época.

Pelo facto de a observação de diferença de fase da portadora ser de valor acumulativo, uma das características dos saltos de ciclo é a de afectar todas as diferenças de fase observadas posteriormente à sua ocorrência (ver tabela).

Efeito do salto de ciclo sobre as diferenças de fase

diferença simples		de fase		diferenças duplas	diferenças triplas
$\varphi_k^p(i-2)$	$\varphi_m^p(i-2)$	$\varphi_k^q(i-2)$	$\varphi_m^q(i-2)$	$\Delta_{km}^{pq}(i-2)$	$\nabla_{km}^{pq}(i-1, i-2)$
$\varphi_k^p(i-1)$	$\varphi_m^p(i-1)$	$\varphi_k^q(i-1)$	$\varphi_m^q(i-1)$	$\Delta_{km}^{pq}(i-1)$	$\nabla_{km}^{pq}(i, i-1) - \delta$
$\varphi_k^p(i)$	$\varphi_m^p(i)$	$\varphi_k^q(i) + \delta$	$\varphi_m^q(i)$	$\Delta_{km}^{pq}(i) - \delta$	$\nabla_{km}^{pq}(i+1, i)$
$\varphi_k^p(i+1)$	$\varphi_m^p(i+1)$	$\varphi_k^q(i+1) + \delta$	$\varphi_m^q(i+1)$	$\Delta_{km}^{pq}(i+1) - \delta$	$\nabla_{km}^{pq}(i+2, i+1)$
$\varphi_k^p(i+2)$	$\varphi_m^p(i+2)$	$\varphi_k^q(i+2) + \delta$	$\varphi_m^q(i+2)$	$\Delta_{km}^{pq}(i+2) - \delta$	

É possível, e com certa frequência, presenciar-se a ocorrência de vários saltos de ciclo durante uma sessão de observação, assim como a respectiva ausência de saltos de ciclo. Podendo, o salto de ciclo, ser apenas de um ciclo (unitários), ou de milhares de ciclos.

Com base no modelo sequencial apresentado, para o caso particular do sistema com equações de observação, pode-se formular um método de solução sequencial que permita filtrar as observações, de modo a eliminar os saltos de ciclo existentes e, simultaneamente, determinar uma solução única e precisa para o valor dos parâmetros.

Considere-se um conjunto de observações dividido em **n** blocos. A determinação da solução final passa pela execução de **n** etapas sucessivas, onde, para cada uma delas, é determinada uma solução actualizada e correspondente ao subconjunto de observações já processado até ao bloco respectivo. Em cada etapa são sempre considerados apenas dois blocos: um bloco B1,

constituído pelo todas as observações já processadas; e um bloco B2, formado pelas observações adicionais dessa etapa.

Para que o algoritmo resulte num bom filtro, relativamente aos saltos de ciclo, é necessário que a unidade bloco de observações adicionais seja constituído apenas pelas observações de uma só época; assim, neste processo, será adicionada e processada época a época.

Como o conjunto de observações que constituem uma época não forma um sistema de equações determinável, é necessário que o primeiro bloco do processo sequencial seja formado pelo número mínimo de épocas que possibilite a resolução do respectivo sistema de equações. E para que este sistema seja minimamente redundante, de modo a poder obter-se uma estimativa do erro médio quadrático, ele deve ser constituído por 3 épocas.

Assim, temos na primeira etapa um bloco de observações constituído por 3 épocas, do qual resulta um primeiro conjunto de estimativas dos parâmetros do modelo:

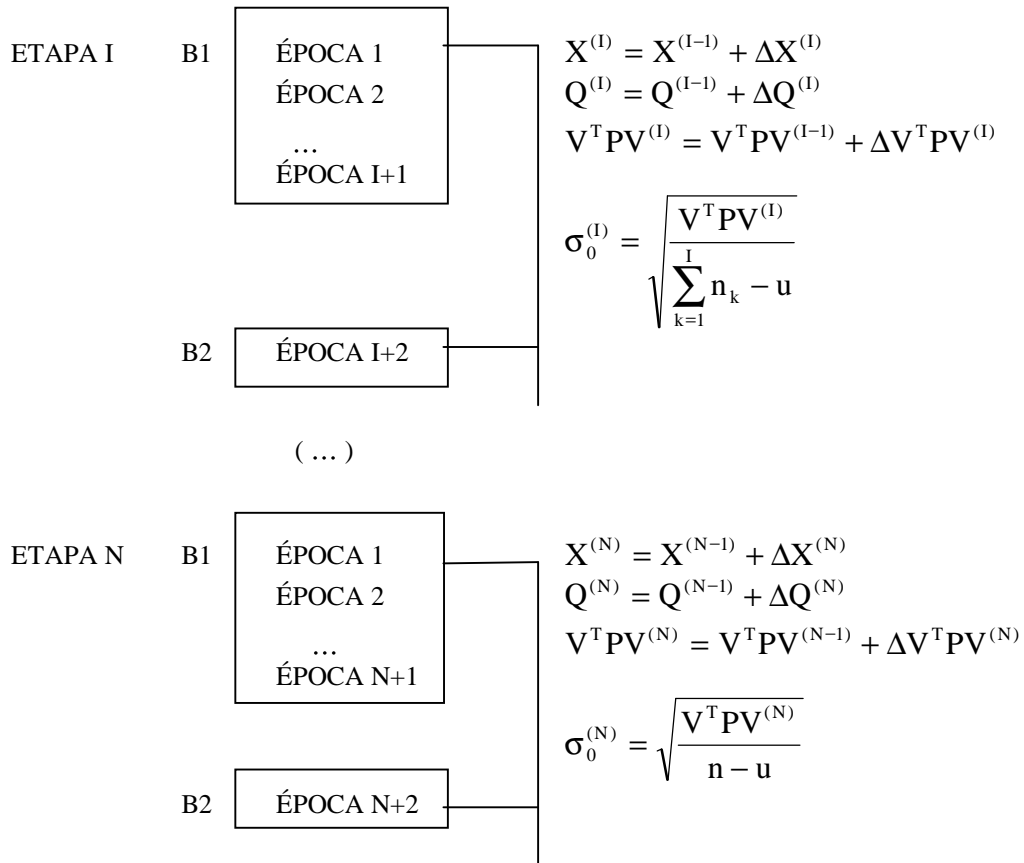
ETAPA 1	B1	ÉPOCA 1 ÉPOCA 2 ÉPOCA 3	$\begin{aligned} X^{(1)} &= -N_1^{-1}A_1^T P_1 L_1 \\ Q^{(1)} &= N_1^{-1} = (A_1^T P_1 A_1)^{-1} \\ V^T P V^{(1)} &= -U_1^T N_1^{-1} U_1 + L_1^T P_1 L_1 \\ \sigma_0^{(1)} &= \sqrt{\frac{V^T P V^{(1)}}{n_1 - u}} \end{aligned}$
---------	----	-------------------------------	---

Depois de processado o bloco inicial de equações, entra-se no processo sequencial, adicionando-se época a época:

ETAPA 2	B1	ÉPOCA 1 ÉPOCA 2 ÉPOCA 3	$\begin{aligned} X^{(2)} &= X^{(1)} + \Delta X^{(2)} \\ Q^{(2)} &= Q^{(1)} + \Delta Q^{(2)} \\ V^T P V^{(2)} &= V^T P V^{(1)} + \Delta V^T P V^{(2)} \\ \sigma_0^{(2)} &= \sqrt{\frac{V^T P V^{(2)}}{n_1 + n_2 - u}} \end{aligned}$
	B2	ÉPOCA 4	

ETAPA 3	B1	ÉPOCA 1 ÉPOCA 2 ÉPOCA 3 ÉPOCA 4	$\begin{aligned} X^{(3)} &= X^{(2)} + \Delta X^{(3)} \\ Q^{(3)} &= Q^{(2)} + \Delta Q^{(3)} \\ V^T P V^{(3)} &= V^T P V^{(2)} + \Delta V^T P V^{(3)} \\ \sigma_0^{(3)} &= \sqrt{\frac{V^T P V^{(3)}}{n_1 + n_2 + n_3 - u}} \end{aligned}$
	B2	ÉPOCA 5	

(...)



A detecção de saltos de ciclo nas observações é feita através da comparação dos resíduos das observações adicionais com o erro médio quadrático resultante do ajustamento do grupo de todas as observações processadas anteriormente (bloco 1 de cada etapa). Ou seja, é detectada a existência de saltos de ciclo na etapa I se

$$V_{B2}[i] > k\sigma_0^{(I-1)} \tag{5.1}$$

onde o k é um factor de confiança [Pope, 1976].

Este processo torna difícil a determinação do número exacto de ciclos que constituem o salto, pois a experiência mostrou que o método que utilize a relação

$$N_{\text{ciclos}} = \frac{V_{B2}[i]}{k\sigma_0^{(I-1)}} \tag{5.2}$$

nem sempre resulta, falhando na maior parte dos casos.

Para solucionar a questão da eliminação dos saltos de ciclo, recorre-se à condição (5.1) e retira-se ciclo a ciclo à observação de diferença dupla de fase usando um processo reiterativo; ou seja, volta-se a processar o segundo bloco de observações (repetindo a etapa I) depois de se retirar um ciclo, tantas vezes quantas as que verificarem a condição (5.1). No final desse processo reiterativo é contabilizado o número de ciclos extraídos, para que as observações posteriores possam ser corrigidas desse salto de ciclo.

6. Fixação das ambiguidades iniciais da fase

Num qualquer ajustamento, em virtude do modo como se efectua a determinação dos parâmetros, os valores que se obtêm para as ambiguidades iniciais da fase são reais não inteiros. Quando as observações são abundantes e precisas (sem grande ruído), os valores das ambiguidades iniciais que resultam do ajustamento aproximam-se de valores inteiros.

Depois da primeira estimativa real e não inteira dos parâmetros das ambiguidades iniciais, há que, através de um determinado método, encontrar os valores inteiros que melhor se traduzem

numa boa solução, e fixá-los no sistema de equações de observação. Isto é, vai-se fixar este subconjunto de parâmetros, após uma busca adequada da melhor combinação de inteiros. A esta operação dá-se, normalmente, o nome de *fixação das ambiguidades*.

Um dos métodos a utilizar para a determinação do conjunto de inteiros candidato à solução óptima e precisa dos parâmetros das ambiguidades iniciais é: substituir os respectivos parâmetros no sistema de equações, após a determinação da solução real e não inteira, por combinações de números inteiros que se situem nas proximidades da solução real, analisando, posteriormente, os resíduos resultantes. A melhor solução de inteiros é aquela combinação que proporciona os menores resíduos e, conseqüentemente, a mínima variância *à posteriori*.

A amplitude do intervalo de busca dos inteiros que constituem as combinações, pode ser de uma ou várias unidades de ciclo, consoante a precisão desses parâmetros.

A cada combinação ou solução de inteiros está associada uma variância de referência *à posteriori*. A solução a escolher será certamente aquela que apresente a variância mínima. No entanto, a fixação de ambiguidades só deverá ter lugar depois de se fazer um teste da razão das variâncias, aplicado às duas melhores soluções.

Após ter sido encontrada a solução óptima para o conjunto de parâmetros das ambiguidades iniciais, procede-se à dita fixação das ambiguidades, ou seja, reajusta-se novamente o sistema de equações de observação com o conjunto de parâmetros reduzido às coordenadas da estação livre, e onde as soluções inteiras dos parâmetros das ambiguidades figurarão como termo correctivo das observações.

7. Aplicação prática e seu desenvolvimento

Para esta aplicação prática, como já foi referido durante o texto, construiu-se um programa baseado no algoritmo que processa conjuntos de observações com o mesmo número de parâmetros. Esta condição obriga à existência de uma única configuração de satélites para todo o período de observações. Esta opção foi feita, por um lado, porque serve perfeitamente para estudar a aplicabilidade do método de ajustamento sequencial, e por outro, porque o algoritmo completo e generalizado é bastante mais complexo e poderia não permitir, numa primeira fase, obter resultados razoáveis.

O software desenvolvido é composto por um conjunto de quatro programas executáveis, o qual é gerido pelo executável NUNCA. O cálculo é dividido, essencialmente, em duas partes: a primeira parte, correspondente aos programas COORDIF e ROS, onde se calculam todos os elementos necessários ao processamento sequencial, armazenando os respectivos dados em dois ficheiros temporários; e a segunda parte do cálculo, correspondente ao programa SEQUEN, o qual implementa o algoritmo de processamento sequencial, e debita os resultados do processamento num ficheiro de saída e os resíduos noutra. Existe ainda um quarto programa, o RESID, que permite uma visualização gráfica dos resíduos das observações, para a respectiva análise.

Fundamentalmente, e em termos de estimador, é o programa SEQUEN que implementa o algoritmo da solução sequencial dos mínimos quadrados.

O programa COORDIF que calcula os valores das diferenças duplas de fase observada e corrige-as do efeito troposférico; é também neste programa, que são calculadas as coordenadas dos satélites para cada época de observação.

O algoritmo que implementa a solução sequencial está dividido em três etapas principais: 1) a resolução do grupo inicial de observações com 3 épocas; 2) o tratamento sequencial por adição de blocos de observações; 3) a fixação das ambiguidades iniciais da fase a valores inteiros.

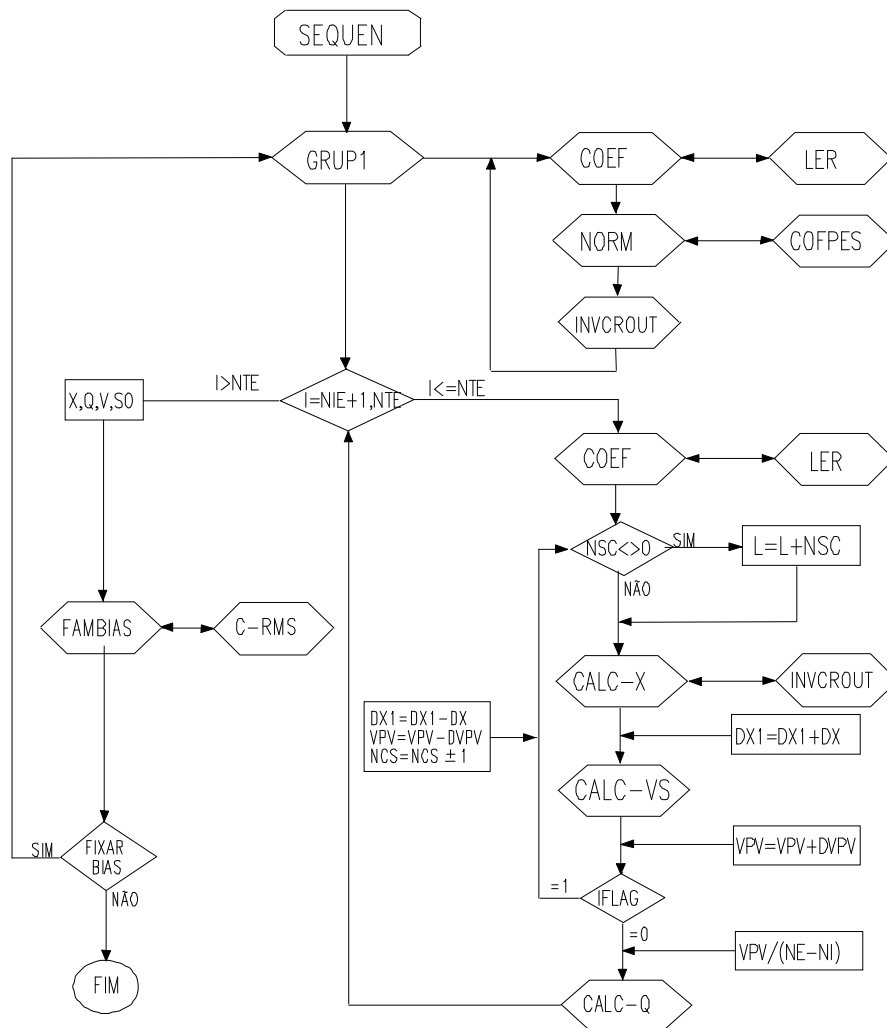


Fig. 1 - Fluxograma do módulo SEQUEN. L-vector das observações; DX1-solução da iteração; DX-acréscimo da solução; NIE-número inicial de equações; NTE-número total de equações; VPV-soma pesada do quadrado dos resíduos e DVPV-a sua correcção; NSC-número total de ciclos de um salto; BIAS-ambiguidades iniciais da fase.

8. Apresentação e análise dos resultados da aplicação

Os dados utilizados para testar o programa de cálculo e tratamento de observações GPS, foram os de 4 bases da rede geodésica implementada pelo grupo de Engenharia Geográfica da FCUL, na zona do Vale do Tejo, para estudos de geodinâmica externa.

Para testar e verificar a validade dos resultados obtidos através do programa desenvolvido para esta aplicação, utilizaram-se os resultados de dois programas, um de carácter comercial - TRIMVEC PLUS (da Trimble) e outro de carácter científico - DIPOP (da Universidade de New Brunswick). Os resultados do programa DIPOP foram obtidos através do processamento feito na FCUL, e serviram para os estudos conclusivos do respectivo projecto de investigação.

Os ficheiros originais têm sessões de 3 horas de observação, enquanto que os ficheiros reduzidos e aqui processados constituem sessões de 47^m e de 1^h e 40^m, respectivamente. Assim, enquanto que, os resultados do programa DIPOP resultam do processamento de sessões de 3 horas, os resultados do TRIMVEC e do NUNCA foram obtidos com sessões mais curtas.

Podemos desde já concluir o seguinte: os resultados desta aplicação deverão estar mais próximos dos resultados obtidos pelo TRIMVEC. Por um lado, devido à duração das sessões processadas, por outro lado, devido ao facto dos programas TRMIVEC e NUNCA serem baseados em modelos matemáticos não tão completos como os modelos usados no programa

DIPOP. A solução do programa DIPOP, além de resultar de uma sessão de 3 horas, resulta também do processamento da combinação livre da ionosfera, o que reforça a afirmação anterior. Assim, deve ser com os resultados deste programa, TRIMVEC, que os resultados da nossa aplicação devem ser comparados. E os resultados do DIPOP deverão ser entendidos como valores quase-exactos.

O seguinte quadro apresenta as bases processadas:

BASE	COMPRIMENTO	ÉPOCA	SESSÃO	TEMPO DE SESSÃO
PONTO 1 - PONTO 2	1584.2 m	95/JUL/04	1	0 ^h 47 ^m
PONTO 1 - PONTO 2	“	“	2	1 ^h 40 ^m
PONTO 1 - PONTO 7	14931.1 m	“	1	0 ^h 47 ^m
PONTO 1 - PONTO 7	“	“	2	1 ^h 40 ^m
PONTO 1 - PONTO 8	29714.0 m	“	1	0 ^h 47 ^m
PONTO 1 - PONTO 8	“	“	2	1 ^h 40 ^m
PONTO 1 - PONTO 10	48349.6 m	“	1	0 ^h 47 ^m
PONTO 1 - PONTO 10	“	“	2	1 ^h 40 ^m

A análise comparativa dos resultados compreende três aspectos: primeiro, considera apenas os resultados do comprimento das bases processadas; segundo, considera as componentes cartesianas dos vectores posição resultantes para as estações livres (PT02, PT07, PT08 e PT10); e terceiro, considera a precisão e “exactidão” alcançados.

Os quadros seguintes apresentam os resultados comparativos entre os três programas de processamento de observações de diferença de fase dos sinais GPS. Neste quadros são apresentados os comprimentos das bases, resultantes dos respectivos processamentos, assim como, as respectivas precisões; e, para o caso dos programas NUNCA e TRIMVEC, são apresentados ainda, as diferenças do comprimento das bases em relação à solução do programa DIPOP. Nestes quadros estão apenas apresentadas as soluções do processamento da onda L1 para o TRIMVEC e o NUNCA.

QUADRO I- 1ª Sessão, com processamento de L1 no TRIMVEC e NUNCA

BASE	DIPOP (3h)	σ_D (mm)	TRIMVEC (0h 47m)	σ_D (mm)	NUNCA (0h 47m)	σ_D (mm)	EMQ FFIX
PT01-PT02	1584.1982	<0.5	1584.197 $\Delta=-0.001$	0.3 .19ppm	1584.197 $\Delta=-0.001$	0.4 .27ppm	0.030 23.3
PT01-PT07	14931.1086	<0.5	14931.103 $\Delta=-0.006$	0.5 .03ppm	14931.096 $\Delta=-0.011$	1.1 .07ppm	0.077 1.97
PT01-PT08	29714.0370	<0.5	29714.031 $\Delta=-0.006$	0.8 .03ppm	29714.021 $\Delta=-0.016$	2.0 .07ppm	0.139 2.87
PT01-PT10	48349.6040	<0.5	48349.587 $\Delta=-0.017$	1.2 .03ppm	48349.540 $\Delta=-0.064$	2.9 .06ppm	0.208 1.08

QUADRO II - 2ª Sessão, com processamento de L1 no TRIMVEC e NUNCA

BASE		TRIMVEC (1h 40m)	σ_D (mm)	NUNCA (1h 40m)	σ_D (mm)	EMQ FFIX
PT01-PT02		1584.196 $\Delta=-0.002$	0.1 .06ppm	1584.195 $\Delta=-0.003$	0.2 .13ppm	0.019 14.3
PT01-PT07		14931.102 $\Delta=-0.006$	0.3 .02ppm	14931.100 $\Delta=-0.008$	0.5 .03ppm	0.044 12.6
PT01-PT08		29714.022 $\Delta=-0.015$	0.4 .01ppm	29714.021 $\Delta=-0.016$	0.9 .03ppm	0.080 3.37
PT01-PT10		48349.572 $\Delta=-0.032$	0.6 .01ppm	48349.622 $\Delta=0.018$	2.3 .05ppm	0.249 2.53

Analisando os quadros, é notável a semelhança dos resultados entre os programas NUNCA e TRIMVEC, com excepção do valor do comprimento da base PT01-PT10 (a maior das bases), na 2ª sessão de 1^h 40^m. As diferenças para os valores do programa DIPOP são quase sempre inferiores a 1ppm, com as excepções das bases PT01-PT10 na 1ª sessão e PT01-PT02 na 2ª sessão. Verifica-se também, na 1ª sessão, baixos valores do factor FFIX (factor de fixação de ambiguidades - razão das variâncias correspondentes aos dois melhores conjuntos de inteiros), devido ao curto período de observação, nomeadamente na base PT01-PT10. Isto justifica o fraco resultado nesse caso.

O quadro III apresenta os valores das componentes dos vectores das bases processadas e das respectivas precisões, resultantes do processamento da 1ª sessão. A diferença dos respectivos valores, em relação aos resultados do TRIMVEC, aumenta de acordo com o comprimento das bases, e essa diferença vai desde alguns milímetros, para a base mais pequena, até aos 14cm, para a base maior. Verifica-se também, que essas diferenças são acompanhadas, na sua grandeza relativa, pelas respectivas precisões.

QUADRO III - Componentes do vector posição obtidas com o processamento de L1 no TRIMVEC e NUNCA

VÉRTICE	DIPOP	σ (mm)	TRIMVEC	σ (mm)	NUNCA	σ (mm)
PT01-PT02	dX=-591.387	1	dX=-591.377	0.3	dX= -591.373	0.4
	dY=1186.695	0	dY=1186.691	0.1	dY=1186.685	0.1
	dZ=867.007	1	dZ= 867.015	0.3	dZ= 867.024	0.2
PT01-PT07	dX=-5099.046	1	dX=-5099.040	0.8	dX= -5099.079	0.9
	dY=11374.999	0	dY=11374.987	0.3	dY=11374.951	0.3
	dZ=8218.706	1	dZ= 8218.714	0.6	dZ= 8218.735	0.5
PT01-PT08	dX=10872.683	1	dX=-10872.678	1.1	dX=-10872.755	1.7
	dY=21723.441	0	dY= 21723.419	0.4	dY= 21723.346	0.5
	dZ=17111.425	1	dZ= 17111.431	0.9	dZ= 17111.473	1.0
PT01-PT10	dX=11475.138	1	dX=-11475.159	1.2	dX=-11475.035	5.1
	dY=41737.386	0	dY= 41737.346	0.6	dY= 41737.366	1.7
	dZ=21540.569	1	dZ= 21540.562	1.4	dZ= 21540.701	3.0

Os ficheiros de dados utilizados não apresentavam qualquer salto de ciclo. Para testar a capacidade do programa NUNCA na detecção e correcção de saltos de ciclo das observações de diferença dupla de fase, teve que se proceder a uma simulação, por introdução manual de saltos de

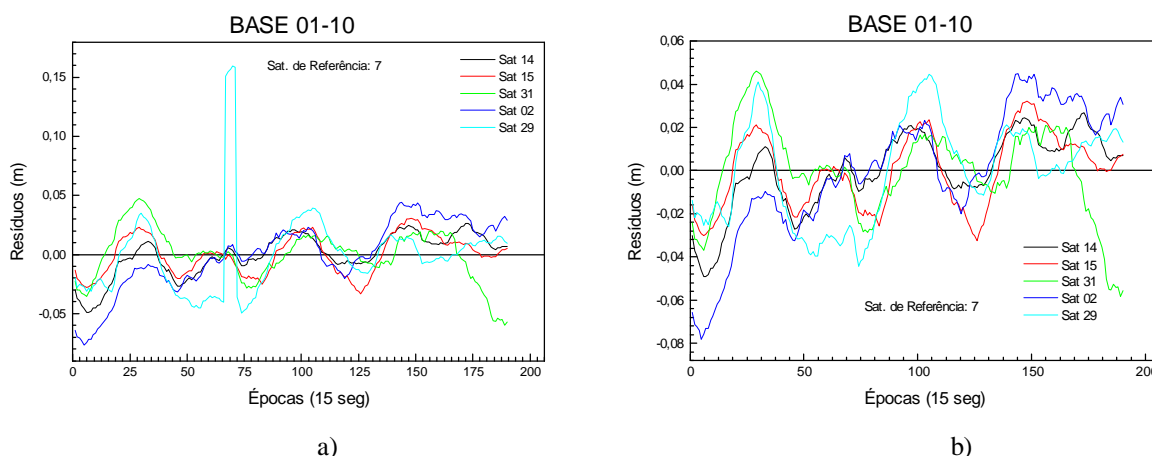


Fig. 2 - Resíduos de observações com saltos de ciclo: a) factor de detecção de saltos de ciclo, **k=2.2**;
 b) factor de detecção de saltos de ciclo, **k=2.0**.

ciclo no ficheiro da primeira sessão da estação PT01. Foram, assim, inseridos dois saltos de ciclo (um com -2 ciclos na época 31, e outro com +2 ciclos na época 36) na diferença de fase de L1 da observação do satélite 7 (de referência), e outros dois saltos de ciclo (um de +1 ciclo na época 67, e

outro de -1 ciclo na época 72) na diferença de fase de L1 da observação do satélite 29. Processadas todas as bases com esse ficheiro do PT01, verificou-se o seguinte: a detecção e correção de todos os saltos de ciclo introduzidos foi conseguida nas duas bases mais pequenas, utilizando o valor de $k=3$ do factor de confiança (expressão 5.1); enquanto que, para as bases maiores, a detecção de todos os saltos de ciclo só foi conseguida para valores de $K=2.2$, na base PT01-PT08, e de $K=2$ na base PT01-PT10 (ver Fig.2.2). Nestas condições, mantiveram-se os resultados finais, no respeitante aos valores dos parâmetros e respectivas precisões.

9. Conclusões

Na aplicação desenvolvida neste trabalho, processamento de observações de diferença de fase dos sinais GPS, a técnica sequencial apresenta-se com grandes vantagens em relação ao método clássico de mínimos quadrados, tendo em atenção a particularidade do erro de observação mais incómodo neste modelo matemático de estimação, o salto de ciclo.

Considerando o grau de precisão alcançado com o programa NUNCA, bem como, a proximidade das soluções, relativamente ao programa TRIMVEC, programa que usa a técnica clássica de mínimos quadrados (não sequencial), a técnica apresentada e testada oferece boas garantias de um estimador óptimo para este modelo matemático de diferenças de fase dos sinais GPS. Nos resultados apresentados, isso é evidente para o caso das bases curtas, inferiores a 20Km, o qual já não se revela tão evidentemente para as bases longas, superiores a 20Km. Tal facto resulta apenas do modelo matemático não ser completo, de modo a reduzir-se o ruído.

A técnica sequencial com detecção automática de saltos de ciclo, permite a estimação dos parâmetros só com o processamento de uma única observável, as diferenças duplas de fase, não necessitando, portanto, do recurso ao pré-processamento com a observável diferenças triplas de fase, como é o caso do processamento com a técnica clássica dos mínimos quadrados. Este facto possibilita uma maior rapidez no processamento dos dados, de tal modo, que a análise comparativa, em termos de tempo CPU gasto no processamento, feita entre a execução do programa NUNCA e do programa TRIMVEC, revelou que o programa NUNCA é cinco vezes mais rápido a processar uma base. Embora esta análise não deva ser tomada tal qual os factos observados, pela questão de armazenamento de dados, ela é um bom indicador da rapidez do processamento usando este método sequencial.

Finalmente, sobre o programa desenvolvido, ele provou estar à altura dos demais programas, devendo, no entanto, ser ligeiramente ajustado para a implementação do algoritmo do caso geral, com variação no número de parâmetros, e passar a permitir o tratamento da combinação livre do efeito ionosférico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antunes, C. (1996) *Técnica Sequencial de Ajustamento no Problema da estimação linear Discreta*. Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica, FCUL, Lisboa.
- Bierman, G.J. (1977) *Factorization methods for discrete sequential estimation*. Academic Press, INC. San Diego, 1994.
- Krakiwsky, E.J. (1975) *A Synthesis of Recent Advantages in the Method of Least Squares*. Lecture Notes No. 42, University of New Brunswick, Canada.
- Leick, A. (1989) *GPS Satellite Survey*. Edited by Jonh Willey & Sons, USA.
- Mendes, V.B. and R.B. Langley (1995) *Zenith wet tropospheric delay determination using prediction models: accuracy analysis*. Revista Cartografia e Geodesia, Publicação do Instituto Português de Cartografia e Cadastro, Nº 2, Junho, pp. 41-47
- Pope, M. (1976) *The statistics of residuals and the detection of outliers*. NOAA Technical Report NOS 65 NGS1, U.S. Department of Commerce, Washington, D.C., U.S.A.
- Wells, D.E. and E. J. Krakiwsky (1971) *The Methods of Least Squares*. Lecture Notes No. 18, University of New Brunswick, Canada.