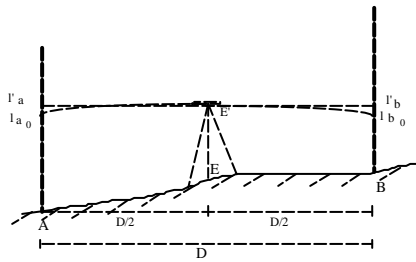


Nivelamento Geométrico

Material: Nível + 2 Miras

Desnível: medição directa, resultante da diferença de “nível” observado nas miras colocadas verticalmente nos dois pontos, pela intersecção do plano horizontal de visada (plano de colimação perpendicular à vertical do lugar e tangente ao cruzamento dos fios do retículo).

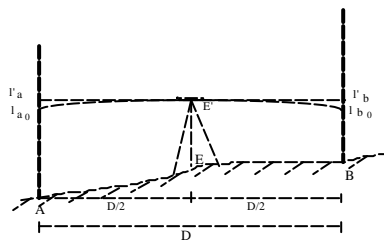


Topografia – Nivelamento Geométrico

C. Antunes - FCUL

1/18

Nivelamento Geométrico



$$H_A = H_{E'} - i_a' \quad \text{e} \quad H_B = H_{E'} - i_b'$$

$$\Delta H_{AB} = i_a' - i_b' = (i_{a0} + e_a) - (i_{b0} + e_b)$$

Se $D_{AE} = D_{EB}$ então $e_a = e_b$ e

$$\Delta H_{AB} = i_{a0} - i_{b0}$$

Dados $H_A,$ $H_B = H_A + \Delta H_{AB}$
 $H_B,$ $H_A = H_B + \Delta H_{BA}$

Topografia – Nivelamento Geométrico

C. Antunes - FCUL

2/18

Precisão e Fontes de Erro

Precisão	ERRO RELATIVO	NIVEIS (Ex.)	RÉGUAS	MEIA DIST.
Alta	0,1mm/100m (1ppm)	Wild N3	milimétrica Dupla Esc./Invar	1%
Média	1mm/100m (10ppm)	Leica NA2 Zeiss DiNi	Centrimétrica Madeira/Plást.	10%
Baixa	1cm/100m (100ppm)			

Fontes de Erro:

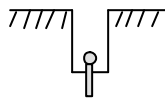
NÍVEL -----	Colimação
MIRAS -----	Má graduação
OBSERVADOR -----	Leitura/Calagem
EXTERNOS -----	Refracção

Monumentação dos pontos

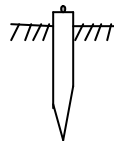
Moedas



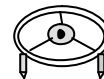
Pistons



Estacas

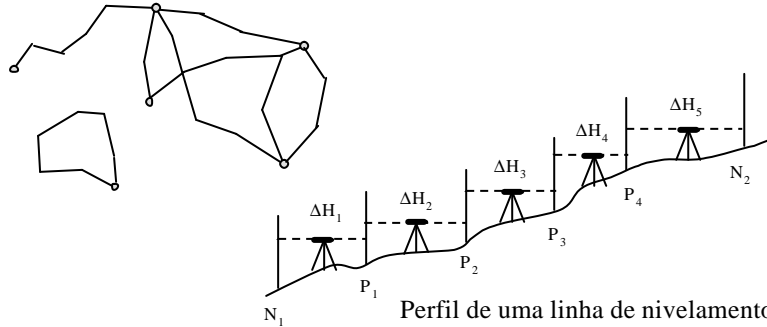


Sapatas



Transporte de Cotas

Redes e Linhas de Nivelamento apoiadas em marcas de nivelamento (NP) pertencentes a uma rede fiducial (rede de nivelamento nacional).



Erro de Fecho de uma Linha de Nivelamento

As Linhas de Nivelamento abrem e fecham nas marcas de nivelamento (marcas de apoio).

Os erros acumulados ao longo da linha impedem que a cota transportada até à marca final não coincida com o valor de chegada.

H_i , H_f - cotas inicial e final verdadeiras

$H'_f = H_i + \sum_j \Delta H_j$ - cota transportada (eivada de erros de observação)

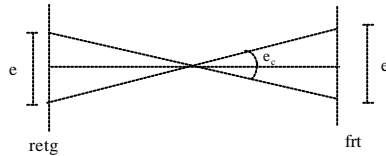
Erro de fecho da linha de nivelamento

$$\varepsilon_H = H'_f - H_f$$

$$\varepsilon_H = H_i + \sum_j \Delta H'_j - H_f$$

Precisão dos Desníveis

Considerem-se apenas os erros de leitura (e_l) e calagem (e_c)



$$\text{Para o erro de calagem} \quad e_{\text{ret}} = e_c \frac{D}{2} \quad e_{\text{fit}} = e_c \frac{D}{2}$$

e

$$\text{Analogamente, para o erro de leitura} \quad e_{\text{ret}} = e_l \frac{D}{2} \quad e_{\text{fit}} = e_l \frac{D}{2}$$

Precisão dos Desníveis

Supondo que os erros são independentes para as duas pontarias, tem-se em termos de variância do desnível:

$$\sigma_{\Delta H}^2 = \frac{(\sigma_l^2 + \sigma_c^2)}{2} D^2 \Leftrightarrow \sigma_{\Delta H}^2 = K D^2$$

onde

$$K = \frac{(\sigma_l^2 + \sigma_c^2)}{2} - \text{constante do aparelho}$$

Tolerância do Erro de Fecho

· Para **Linhas Fechadas**:
$$\varepsilon_H = \sum_j \Delta H_j'$$

Por aplicação da *Lei Geral de Propagação das Variâncias e Covariâncias*, vem como **Variância do erro de fecho**

$$\sigma_{\varepsilon_H}^2 = \sum_j \sigma_{\Delta H_j}^2 = k \sum_j D_j^2$$

O raio do intervalo de confiança (a 99%) determina a **Tolerância do Erro de Fecho**

$$|\varepsilon_H| \leq 2.6\sqrt{K} \sqrt{\sum_j D_j^2}$$

Tolerância do Erro de Fecho

· Para **Linhas Abertas**:
$$\varepsilon_H = H_i + \sum_j \Delta H_j' - H_f$$

Variância do erro de fecho

$$\sigma_{\varepsilon_H}^2 = \sum_j \sigma_{\Delta H_j}^2 + \sigma_{H_i}^2 + \sigma_{H_f}^2 = k \sum_j D_j^2 + 2\sigma_{H_i H_f}^2$$

Tolerância do Erro de Fecho

$$|e_H| \leq 2.6 \sqrt{K \sum_j D_j^2 + 2S_{H_i H_f}^2}$$

Tolerância do Erro de Fecho

Para os aparelhos disponíveis na F.C.U.L., os valores da constante do aparelho são:

- alta precisão (N3) $\sqrt{K} = 0''.5/206265''$
- média-alta precisão (NA2 c/ micro.) $\sqrt{K} = 1''/206265''$
- média precisão (NA2 s/ micro.) $\sqrt{K} = 4''.5/206265''$

Outro critério de Tolerância (norma utilizada)

- alta precisão $\epsilon_H (\text{mm}) \leq 4\sqrt{L(\text{Km})}$
- média precisão $\epsilon_H (\text{mm}) \leq 8.3\sqrt{L(\text{Km})}$ com $L = \sum D_j$

Compensação do Nivelamento

Distribuição do Erro de Fecho pelos desníveis observados

$$\epsilon_H = H_i + \sum_j \Delta H'_j - H_f \quad \text{e} \quad H_f = H_i + \sum_j \Delta H_j$$

$$\text{logo} \quad \epsilon_H = \sum_j \Delta H'_j - \sum_j \Delta H_j = \sum_j (\Delta H'_j - \Delta H_j)$$

$$\text{Com} \quad \epsilon_H = -\sum_j \epsilon_j \quad \text{vem} \quad \epsilon_j = \Delta H_j - \Delta H'_j$$

Desnível corrigido (“verdadeiro”):

$$\Delta H_j = \Delta H'_j + \epsilon_j$$

Compensação do Nivelamento

Método da Distribuição Proporcional do Erro de Fecho

Considere-se a seguinte identidade
$$\epsilon_H = \frac{\sum \frac{1}{p_k}}{\sum \frac{1}{p_k}} \epsilon_H$$

escrevendo-a da seguinte forma

$$\epsilon_H = \frac{\frac{1}{p_1}}{\sum \frac{1}{p_k}} \epsilon_H + \frac{\frac{1}{p_2}}{\sum \frac{1}{p_k}} \epsilon_H + \dots + \frac{\frac{1}{p_n}}{\sum \frac{1}{p_k}} \epsilon_H$$

obtém-se para **correção dos desníveis**

$$\epsilon_j = \frac{\frac{1}{p_j}}{\sum_k \frac{1}{p_k}} (-\epsilon_H)$$

Com o critério $p_j = \frac{1}{\sigma_{\Delta H_j}^2} = \frac{1}{KD_j^2}$ vem

$$\epsilon_j = -\frac{D_j^2}{\sum_k D_k^2} \epsilon_H$$

Valores Compensados

Valor de **desnível compensado** para o lanço **j**

$$\Delta H_j = \Delta H'_j - \frac{D_j^2}{\sum_{k=1}^n D_k^2} \epsilon_H$$

Valor de **cota compensada** para o ponto **j**

$$H_j = H_i + \sum_{k=1}^j \Delta H'_k - \frac{\sum_{k=1}^j D_k^2}{\sum_{k=1}^n D_k^2} \epsilon_H$$

Compensação Clássica

Método da Distribuição Simples do erro de fecho pelos desníveis

$$\Delta H_j = \Delta H'_j - \frac{\epsilon_H}{n} \quad \text{e} \quad H_j = H_i + \sum_{k=1}^j \Delta H'_k - \frac{j}{n} \epsilon_H$$

Nota:

Se $D_{j|j=1,n} \rightarrow d(\text{Cte})$ então $\frac{\sum_{k=1}^j D_k^2}{\sum_{k=1}^n D_k^2} \rightarrow \frac{j}{n}$

Isto é, o método de distribuição proporcional aproxima-se do método de distribuição simples.

Folha de Cálculo

	V.Atrás				V.Frente			
	F.Inf.	F.Méd.	F.Sup.	Dist.	F.Inf.	F.Méd.	F.Sup.	Dist.
P1-P2	f_{i1}	I_{a1}	f_{s1}	$D_{1/2}$	f_{i1}	I_{f1}	f_{s1}	$D_{1/2}$
...
Pn-Pn+1	f_{in}	I_{an}	f_{sn}	$D_{n/2}$	f_{in}	I_{fn}	f_{sn}	$D_{n/2}$

$$D = 100 \cdot (f_s - f_i)$$

$$DH' = I_a - I_f$$

Desnível Obser.	Distância (D)	Invers.Peso (D2)	Correcção (εj)	Desnív. Compén.
$\Delta H' 1$	D1	$1/P_1$	ϵ_1	$\Delta H1 = \Delta H' 1 + \epsilon_1$
...
$\Delta H' n$	Dn	$1/P_n$	ϵ_n	$\Delta Hn = \Delta H' n + \epsilon_n$
$\epsilon'_H = \sum \Delta H_k$	$DT = \sum D_k$	$\sum 1/P$	$-\epsilon_H = \sum \epsilon_i$	$H_i + \sum \Delta H_k - H_f = 0$
$\epsilon_H = H_i + \epsilon'_H - H_f$		$\epsilon_T = 2.6\sqrt{K}\sqrt{\sum 1/P}$		

Folha de Cálculo

	V.Atrás				V.Frente			
	F.Inf.	F.Méd.	F.Sup.	Dist.	F.Inf.	F.Méd.	F.Sup.	Dist.
P1-P2	f_{i1}	l_{a1}	f_{s1}	$D_{1/2}$	f_{i1}	l_{f1}	f_{s1}	$D_{1/2}$
...
Pn-Pn+1	f_{in}	l_{an}	f_{sn}	$D_{n/2}$	f_{in}	l_{fn}	f_{sn}	$D_{n/2}$

$$D = 100 \cdot (fs - fi)$$

$$DH' = l_a - l_f$$

Desnível Obser.	Distância (D)	Invers.Peso (D2)	Correcção (εj)	Desnív. Compen.
$\Delta H'1$	D1	$1/P_1$	ϵ_1	$\Delta H1 = \Delta H'1 + \epsilon1$
...
$\Delta H'n$	Dn	$1/P_n$	ϵ_n	$\Delta Hn = \Delta H'n + \epsilon n$
$\epsilon'_H = \Sigma \Delta H_k$	DT	$\Sigma 1/P$	$-\epsilon_H = \Sigma \epsilon_i$	$H_i + \Sigma \Delta H_k - H_f = 0$
$\epsilon_H = H_i + \epsilon'_H - H_f$		$\epsilon_T = 2.6\sqrt{K\sqrt{\Sigma 1/P}}$		

Topografia – Nivelamento Geométrico

C. Antunes - FCUL

17/18

Folha de Cálculo

a) pelo método apresentado

Cota C1= 207,825

Cota C2= 201,371

Lado	L.A.	L.F.	Desn.Obs	Dist	1/Peso	Correcção	Des.Corr	Cota Comp.
C1-E1	0,911	3,084	-2,173	102,5	0,1021698	-0,0015	-2,1745	205,650
E1-E2	1,052	3,481	-2,429	188,9	0,3470074	-0,0052	-2,4342	203,216
E2-P	2,156	1,371	0,785	93,2	0,0844708	-0,0013	0,7837	204,000
P-E3	1,107	2,754	-1,647	41,6	0,0168291	-0,0003	-1,6473	202,353
E3-C2	1,118	2,093	-0,975	215,0	0,4495228	-0,0067	-0,9817	201,371
			-6,439	102831,26		-0,0150	-6,454	
Erro Fecho			0,015	0,02			0,000	

b) pelo método clássico

Cota C1= 207,825

Cota C2= 201,371

Lado	Desn.Obs	Correcção	Des.Corr	Cota Comp.
C1-E1	-2,173	-0,0030	-2,1760	205,649
E1-E2	-2,429	-0,0030	-2,4320	203,217
E2-P	0,785	-0,0030	0,7820	203,999
P-E3	-1,647	-0,0030	-1,6500	202,349
E3-C2	-0,975	-0,0030	-0,9780	201,371
	-6,439	-0,0150	-6,454	
Erro Fecho	0,015		0,000	

Topografia – Nivelamento Geométrico

C. Antunes - FCUL

18/18