

# Módulo 16

---

## Virtual Population Analysis

### 16.1 Dois grupos de métodos de captura-por-idade

Desde meados da década de 1980, as avaliações do estado dos principais recursos marinhos explorados em águas temperadas e frias, quer no Oceano Atlântico quer no Pacífico, são feitas com base em métodos que dependem do conhecimento das capturas por idade efectuadas pela pesca ao longo dos anos. Globalmente, estes métodos são conhecidos por *métodos de capturas-por-idade* (do inglês “catch-at-age methods”) e subdividem-se em dois grandes grupos:

- A **análise de populações virtuais**, do inglês “virtual population analysis”, vulgarmente conhecido apenas pelas iniciais VPA. Na América do Norte é também conhecida por “sequential population analysis” (e.g. Mohn and Cook 1993). Um outro termo usado por vezes como sinónimo de VPA é ‘análise de coortes’, embora os autores britânicos interpretem a análise de coortes como um caso particular da VPA.
- Os **métodos estatísticos de capturas-por-idade** (“statistical catch-at-age methods”), por vezes também designados por análise integrada (“integrated analysis”).

As equações em que estes métodos se baseiam são relativamente simples e a maioria é familiar aos estudantes de Dinâmica Populacional. Contudo, a sua combinação com métodos iterativos, critérios de optimização e métodos estatísticos, fazem com que a sua aplicação a nível profissional atinja um grau de sofisticação elevado, requerendo rotinas computacionais especializadas que saem fora do âmbito deste curso. Neste módulo, apresento uma introdução à VPA, um método cuja utilização generalizada antecedeu historicamente a análise integrada. Podem ser encontradas descrições dos métodos de captura-por-idade, com um grau de detalhe mediano, em alguns livros acessíveis (Hilborn and Walters 1992, Quinn and Deriso 1999, Haddon 2001). Descrições detalhadas estão disponíveis em relatórios técnicos e publicações menos acessíveis (e.g. Megrey 1989, Mohn and Cook 1992, Lassen and Medley 2001).

Todos os métodos de captura-por-idade baseiam-se num conjunto de ideias relativamente simples. As capturas que se obtêm de uma coorte ao longo da sua vida, devem ser informativas sobre o número de indivíduos que estiveram presentes na coorte em anos passados. Como o número de indivíduos na coorte só pode diminuir, o acompanhamento cuidadoso deste declínio ao longo dos anos, através das capturas, deve fornecer informação sobre a mortalidade total a que a coorte esteve sujeita. Se se conhecer a mortalidade natural, também a mortalidade infligida pela

pesca pode então ser conhecida. É intuitivo que, quanto mais intensa foi a exploração, mais informativas devem as capturas ser sobre a população que realmente esteve dentro de água. Se se conseguir reconstruir todas as coortes que compuseram a população ao longo dos anos, na prática, isso equivale a conseguir reconstruir a população que esteve presente ao longo dos anos. A reconstrução da história da população ao longo dos anos e dos correspondentes regimes de exploração, permite conhecer a reacção da população à exploração e torna mais fácil projectar o futuro da mesma a curto e médio prazo.

**16.2 Introdução à VPA: os dados necessários**

VPA é um termo geral, utilizado para designar a modelação de uma coorte ao longo da sua vida, utilizando para isso dados das capturas efectuadas sobre a coorte e a equação de capturas (eqs [15.11-12]). O método teve origem na antiga URSS, onde Derzhavin (1922) (In Sparre and Venema 1998) foi provavelmente o primeiro a analisar capturas por idade. Mais tarde, Fry (1949) retomou o assunto e designou as capturas de uma coorte, acumuladas da última idade para as idades mais jovens, como uma ‘imagem virtual’ do  $N_x$  de cada idade. Foi contudo John Gulland quem descobriu uma forma de implementar um método que pudesse ser usado em avaliação de stocks (Gulland 1965). O método que apresento a seguir é o de Gulland e não faz uso de métodos estatísticos intensivos, embora modernamente haja vários refinamentos estatísticos possíveis. Vejamos em primeiro lugar a informação mínima que é necessário que esteja disponível.

A VPA requer que o investigador disponha de dados de capturas por idade, ao longo dos anos, de um stock explorado (Fig 16.1).

Idades	Anos					
	1990	1991	1992	1993	1994	1995
0	$C_{0,90}$	$C_{0,91}$	$C_{0,92}$	$C_{0,93}$	$C_{0,94}$	$C_{0,95}$
1	$C_{1,90}$	$C_{1,91}$	$C_{1,92}$	$C_{1,93}$	$C_{1,94}$	$C_{1,95}$
2	$C_{2,90}$	$C_{2,91}$	$C_{2,92}$	$C_{2,93}$	$C_{2,94}$	$C_{2,95}$
3	$C_{3,90}$	$C_{3,91}$	$C_{3,92}$	$C_{3,93}$	$C_{3,94}$	$C_{3,95}$
4	$C_{4,90}$	$C_{4,91}$	$C_{4,92}$	$C_{4,93}$	$C_{4,94}$	$C_{4,95}$

Figura 6.1 Capturas efectuadas sobre as idades 0 a 4 de um stock, entre 1990 e 1995. Esta tabela define a chamada matriz de capturas  $C = [C_{x,t}]$  em que x designa a idade e t o ano. Assinalam-se a amarelo as capturas provenientes apenas da coorte de 1991.

Estes dados provêm, em geral, da combinação de duas fontes:

- 1 – Amostragem em grande escala do comprimento dos animais capturados, seguida de construção da tabela de distribuição de frequências de capturas por classe de comprimento. A amostragem é feita nos pontos de desembarque ou embarcando observadores a bordo dos navios de pesca.
- 2 – Amostragem em pequena escala de animais representativos de cada classe de comprimento, determinação da sua idade através da leitura de peças esqueléticas e construção de uma chave de

conversão comprimento-idade. Esta chave permite converter em idades a distribuição por classe de comprimento dos animais da amostragem 1.

A outra informação imprescindível para a aplicação do método é uma estimativa da taxa instantânea de mortalidade natural,  $M$ . Idealmente, dever-se-ia conhecer todo o vector  $\mathbf{M} = [M_0, M_1, M_2, \dots]$  de taxas instantâneas de mortalidade por idade. Na prática, isto raramente acontece e, quanto muito, dispõe-se de estimativas de  $M$  para grupos etários que englobam várias idades. Por exemplo, um  $M$  para animais imaturos ( $x < t_m$ ) e outro  $M$  para adultos reprodutores ( $x > t_m$ ). Existem vários métodos para estimar a mortalidade de populações aquáticas (e.g. Vetter 1988, Beyer *et al* 1999, Macpherson *et al* 2000, Cadima 2000, Sinclair 2001, Xiao 2001, Frusher and Hoenig 2003, Martinez-Aguilar *et al* 2005) cujo leccionamento tem cabimento numa disciplina de biologia pesqueira.

Há outras informações adicionais muito úteis para conduzir a análise, embora não imprescindíveis no sentido estrito do termo. As mais importantes são o esforço de pesca e indicadores independentes da abundância da população. O esforço de pesca é proporcional à intensidade global de mortalidade por pesca (Módulo 15) e pode ser usado para calcular a captura por unidade de esforço (cpue), total ou por idade. Se se dispuser de uma curva de selectividade (Módulo 15), o esforço de pesca total pode ser ponderado para calcular o esforço aplicado sobre cada idade. A cpue, por sua vez, é um indicador da abundância da população, total ou por idade. Os indicadores independentes da abundância da população podem ser os índices de biomassa obtidos a partir de cruzeiros de investigação científica que se efectuam anualmente.

É útil conhecer não só a evolução do stock em números, um dos resultados fornecidos pela VPA, mas também a sua evolução em termos de biomassa. É particularmente importante conhecer a evolução da biomassa desovante, i.e., a biomassa do conjunto de animais reprodutores no stock. Para isso, é necessário ter como informação adicional estimativas anuais da relação entre a idade e o peso médio por idade e estimativas anuais da ogiva de maturação (Módulo 15).

### 16.3 O problema central da VPA

A VPA acompanha as coortes uma a uma. Para cada coorte, o problema central que a VPA procura resolver pode ser esquematizado da seguinte forma:

1. *Conhecendo* o vector de capturas em número,  $\mathbf{C}_c$ , efectuadas sobre cada idade da coorte,

$$\mathbf{C}_c = [C_x, C_{x+1}, C_{x+2}, \dots] \quad [16.1]$$

onde  $x$  corresponde à primeira idade recrutada. O subscripto  $c$  é colocado para indicar que se trata de um vector referente a uma corte e não ao stock.

2. *Conhecendo* a taxa de mortalidade natural por idade, i.e. o vector  $\mathbf{M}_c$ :

$$\mathbf{M}_c = [M_x, M_{x+1}, M_{x+2}, \dots] \quad [16.2]$$

3. Pretende-se conhecer o vector com o número de indivíduos no início de cada idade da coorte:

$$\mathbf{N}_c = [N_x, N_{x+1}, N_{x+2}, \dots] \quad [16.3]$$

4. Pretende-se conhecer o vector de mortalidade por pesca de cada idade que foi aplicado à coorte,

$$\mathbf{F}_c = [F_x, F_{x+1}, F_{x+2}, \dots] \quad [16.4]$$

Se bem que o problema central da VPA seja equacionado em termos de uma coorte, a sua resolução para todas as coortes que compõem um stock ao longo do tempo, a partir da matriz de capturas  $\mathbf{C}$ , permitirá estimar a composição demográfica do stock no passado e o regime de exploração a que esteve sujeito em cada ano, i.e. as matrizes:

$$\mathbf{N} = [N_{x,t}] \quad \text{e} \quad \mathbf{F} = [F_{x,t}] \quad [16.5]$$

onde  $N_{x,t}$  é o número de indivíduos no início da idade  $x$  no ano  $t$  e  $F_{x,t}$  é a taxa de mortalidade por pesca da idade  $x$  no ano  $t$ . Evidentemente, se se conhecerem os pesos médios por idade,  $w_x$ , pode-se calcular a biomassa do stock em cada ano (eqs [15.6, 15.7]) e se se conhecer a ogiva de maturação, pode-se calcular a biomassa desovante (BD) em cada ano. Conhecendo a BD no ano  $t$  e o número de recrutas ao stock no ano  $t+1$ , é possível investigar a relação stock-recrutamento.

#### 16.4 O método de Gulland

Considere-se uma coorte isolada, para a qual se conhece  $\mathbf{C}_c$  e  $\mathbf{M}_c$ . O método proposto por Gulland começa por resolver o problema central da VPA na última idade da coorte, conhecida por idade terminal. Os cálculos prosseguem depois para as idades sucessivamente mais jovens.

*Idade terminal*

A equação de capturas para a idade terminal é

$$C_{ter} = \frac{F_{ter}}{F_{ter} + M_{ter}} N_{ter} (1 - e^{-(F_{ter} + M_{ter})}) \quad [16.6]$$

A equação tem duas incógnitas:  $F_{ter}$  e  $N_{ter}$ . Para resolver esta dificuldade, efectua-se uma conjectura sobre o valor mais provável de  $F_{ter}$ . Ver-se-à mais adiante que as consequências do erro que se possa cometer nesta “adivinhação” de  $F_{ter}$  não são tão graves como se poderia supor. É fácil agora obter o valor de  $N_{ter}$ , única incógnita na equação de capturas,

$$N_{ter} = \frac{C_{ter}}{F_{ter}} \frac{Z_{ter}}{(1 - e^{-Z_{ter}})} \quad [16.7]$$

Onde, recorde-se,  $Z_{ter} = M_{ter} + F_{ter}$ . O problema central fica assim resolvido para a idade terminal da coorte. Considerem-se agora as idades sucessivamente mais jovens.

*Idades mais jovens que a terminal*

Seja  $x = (ter-1)$  a idade imediatamente anterior à idade terminal. O número de indivíduos no fim desta idade,  $N_{x+1}$ , é já conhecido - trata-se de  $N_{ter}$ . A equação de capturas [15.11], em termos da idade  $x$  e do número de mortes dessa idade escreve-se,

$$C_x = \frac{F_x}{F_x + M_x} (N_x - N_{ter}) \quad [16.8]$$

Tal como em [16.6], existem duas incógnitas,  $F_x$  e  $N_x$ . Contudo, a equação [15.3] permite representar  $F_x$  em termos de  $N_x$  e  $N_{ter}$ :

$$N_{ter} = N_x e^{-(F_x + M_x)} \quad \text{donde} \quad F_x = -\text{Ln} \left( \frac{N_{ter}}{N_x} \right) - M_x \quad [16.9]$$

Substituindo  $F_x$  expresso por [16.9] na equação [16.8], ficamos com uma única variável, que é  $N_x$ :

$$C_x = \frac{-\text{Ln}(N_{ter}/N_x) - M_x}{-\text{Ln}(N_{ter}/N_x) - M_x + M_x} (N_x - N_{ter})$$

Simplificando,

$$C_x = \left( 1 - \frac{M_x}{\text{Ln} N_x - \text{Ln} N_{ter}} \right) (N_x - N_{ter}) \quad [16.10]$$

*Exercício:* verificar que [16.9] e [16.10] são verdadeiras.

A equação [16.10] só tem uma incógnita,  $N_x$ , mas a equação é transcendental:  $N_x$  não pode ser explicitado e tem de ser calculado por métodos iterativos. Foi até aqui que John Gulland chegou em 1965 e a equação não foi muito usada, pois na época não havia nem computadores nem calculadoras disponíveis e a maioria das pessoas não queria nem ouvir falar em lidar com a equação [16.10] à mão. Há duas soluções para o problema. Primeiro, os computadores modernos permitem as soluções iterativas com muita facilidade. O método de Newton, por exemplo, resolve [16.10] em duas ou três iterações (Apêndice 1). A segunda solução consiste em substituir [16.10] por uma equação aproximativa, mais simples, que não seja transcendental. Tanto Pope (1972) como MacCall (1986) apresentaram soluções deste tipo. A solução de MacCall é melhor que a de Pope, porém, historicamente esta última foi a mais usada e é a mais conhecida. Pope demonstrou que  $N_x$  pode ser aproximativamente calculado por,

$$N_x = N_{x+1}e^{M_x} + C_x e^{M_x/2} \quad [16.11]$$

Esta equação conduz a resultados muito parecidos com [16.10] quando  $M_x < 0.3$  e  $F_x < 1.2$ . A principal razão porque invoco aqui a solução de Pope, porém, é histórica - muitos autores, nomeadamente os britânicos, designam a VPA por “**análise de coortes**” quando se usa o método de Pope. Outros autores, nomeadamente francófonos, portugueses e alguns norte-americanos, identificam “análise de coortes” com a própria VPA, quer se use o método de Pope quer não. Mas deixemos de lado esta questão de terminologia. Modernamente, com os meios computacionais disponíveis, não há razão para que não se obtenha a solução exacta de [16.10] por um método iterativo.

Retome-se o fio à meada. Uma vez determinado  $N_x$ , a equação [16.9] permite calcular  $F_x$  para a idade anterior à terminal e a equação [15.16] permite calcular o coeficiente de capturabilidade da idade  $x$ ,

$$F_x = q_x f s_x \quad \text{donde} \quad q_x = F_x / f \quad [16.12]$$

assumindo que  $x$  é uma idade completamente recrutada ( $s_x = 1$ ).

O valor de  $N_x$  calculado em [16.10] funciona como  $N_{x+1}$  para a idade imediatamente anterior. O método é repetido sucessivamente para as idade  $x-1$ ,  $x-2$ ,  $x-3$ , ... até à idade mais jovem em  $\mathbf{C}_c$ . Os cálculos são por vezes designados por retrocálculos, por “andarem para trás” ao longo das idades. No fim são determinados todos os elementos de  $\mathbf{N}_c$  e  $\mathbf{F}_c$ .

### 16.5 F terminal: última idade, todos os anos

O método descrito, deixa-nos com dois problemas. Primeiro, quais as consequências de termos atribuído arbitrariamente um valor a  $F_{\text{ter}}$  para a última idade da coorte ? pode o valor  $F_{\text{ter}}$  que dá início ao retrocálculo através de [16.7] ser posteriormente melhorado ? Segundo, como proceder relativamente às coortes que ainda não estão “completas” em  $\mathbf{C}$ , concretamente, as coortes que no último ano do calendário, têm idade igual ou inferior a  $(\text{ter}-1)$  anos de idade ? Quando estes dois problemas são colocados ao nível de todas as coortes, resumem-se, respectivamente, a saber como lidar com a “última idade, todos os anos” e com “o último ano, todas as idades” nas matrizes  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{N}$  e  $\mathbf{F}$  (Fig. 16.2). Vejamos primeiro as consequências do valor arbitrário de  $F_{\text{ter}}$

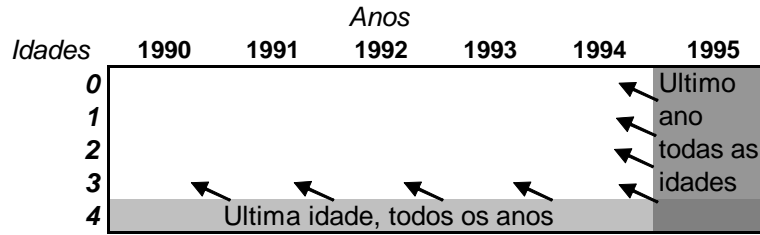


Figura 16.2. Zona de “ultima idade, todos os anos”, na qual terminam todas as coortes completas e zona do “ultimo ano, todas as idades” onde terminam as coortes ainda incompletas. Estas zonas estão nas matrizes **C**, **N** e **F**. As setas indicam o sentido dos retrocálculos da VPA para cada coorte.

*Propriedade de convergência*

A resolução do problema da VPA no sentido das idades mais velhas para as mais jovens deve-se à constatação de que quando se comete um erro na escolha de  $F_{ter}$ , o erro tende a amenizar-se à medida que o retrocálculo avança. Esta propriedade fundamental de convergência foi demonstrada por Aager *et al.* (1971). Se os cálculos são inicializados nas últimas idades, as estimações de  $F_x$  e de  $N_x$  das idades sucessivamente mais jovens vão convergindo para os valores reais destes parâmetros. Inversamente, se os cálculos fossem efectuados no sentido das idades mais jovens para as mais velhas, os erros nas estimações de  $F_x$  e de  $N_x$  tenderiam a ser cada vez maiores. Pope (1972) demonstrou três características importantes do processo de convergência. A primeira é que o erro dos sucessivos valores estimados de  $F_x$  e de  $N_x$  durante o retrocálculo é sempre do mesmo sinal. Por outras palavras, a convergência é monotónica, não existem oscilações em torno dos valores reais de  $F_x$  e de  $N_x$ . A segunda característica é que *sobreestimações* de  $F_{ter}$  produzem convergências para os valores reais mais rápidas do que *subestimações* de  $F_{ter}$ . Finalmente, e mais importante, Pope (1972) mostrou que a convergência dos sucessivos valores de  $F_x$  e  $N_x$  para os seus valores reais está directamente relacionada com a *mortalidade por pesca cumulada* ( $F_{cumul}$ ) desde a idade terminal até à idade  $x$ . Por outras palavras, quando a soma  $F_{cumul} = F_{ter} + F_{ter-1} + F_{ter-2} + \dots + F_x$  excede um certo valor limite (geralmente a partir de  $F_{cumul} > 2$  ou  $3$ ), o erro dos valores estimados de  $F_x$  e  $N_x$ , torna-se negligível. O mesmo sucede para as idades sucessivamente mais jovens ( $x, x-1, x-2, \dots, 0$ ) por maioria de razão já que o valor acumulado de mortalidade por pesca é ainda maior. Uma conclusão importante deste resultado é que *a VPA é um método particularmente preciso para stocks pesadamente explorados*. Nestes stocks, a mortalidade por pesca das idades mais velhas é em geral alta. Ao fim de poucos passos de retrocálculo iniciado em  $x=ter$ , o valor de  $F_{cumul}$  é já suficientemente alto para garantir alta precisão dos valores estimados de  $F_x$  e  $N_x$ .

Lassen and Medley (2001) dão uma explicação intuitiva para o processo de convergência da VPA que retomo aqui. Quando a exploração é forte ( $F/Z$  alto), a maioria dos recrutas que inicia a vida de uma coorte irão estar presentes nas capturas efectuadas ao longo da vida da coorte, pois

a fracção de animais que morre por causas naturais é pequena. O número de animais presentes na última idade da coorte é muito pequeno, comparativamente com o número inicial de recrutas e de animais que estiveram nas idades jovens da coorte (Fig. 16.3). Quando atribuímos arbitrariamente um valor a  $F_{ter}$  e daí calculamos  $N_{ter}$  por [16.7], estamos portanto a calcular um número que representa uma fracção muito pequena (cada vez mais pequena) dos números que posteriormente iremos calcular ( $N_{ter-1}$ ,  $N_{ter-2}$ , ...  $N_0$ ). O cálculo destes números depende pesadamente das capturas (em  $C_c$ ) ao longo da coorte, as quais representam uma grande proporção desses mesmos números. É portanto intuitivo que erros em  $F_{ter}$  e em  $N_{ter}$  não devam ter um grande impacto sobre os valores de  $N$  ao fim de algumas idades de retrocálculo, pois as capturas vão progressivamente corrigindo o erro original e fazendo a série  $N_{ter-1}$ ,  $N_{ter-2}$ , ...  $N_0$  convergir para os valores reais.

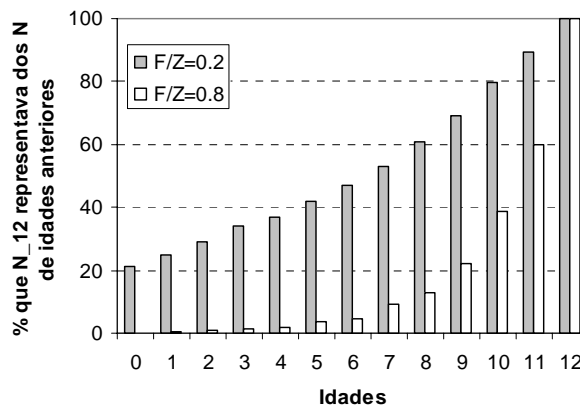


Figura 16.3. Uma população com  $t_{m\acute{a}x}=12$  anos submetida a exploração leve ( $F/Z=0.2$ ) e intensa ( $F/Z=0.8$ ). Em ordenadas está a percentagem que o número de sobreviventes com 12 anos ( $N_{12}$ ) representava quando estes estavam nas idades mais jovens, relativamente ao total de animais então presentes nessas idades. Quando a exploração é intensa, as capturas são tantas ao longo da vida da coorte que quase não há sobreviventes aos 12 anos, por isso esses sobreviventes são uma percentagem muito pequena das idades jovens da coorte (colunas brancas nas idades jovens) e são muito pouco informativos sobre  $N_x$  nessas idades. A maior informação sobre  $N_x$  com exoração intensa provém das capturas (de Lassen and Medley 2001).

### Validação da VPA

Independentemente da propriedade de convergência, é desejável iniciar o retrocálculo com um valor de  $F_{ter}$  o mais perto do real possível. Uma hipótese é estimar  $F_{ter}$  a partir de uma estimativa do esforço de pesca e do coeficiente de capturabilidade (por  $F_x = fq_x$ ). Outra hipótese, provavelmente a mais usada, consiste em comparar os resultados da VPA com estimativas independentes da biomassa do stock e/ou de  $F$ . A VPA produz estimativas de  $N$  (ou de  $B$ , se se multiplicar pelo peso médio da idade) total e por idade em cada ano (Fig. 16.4). Estes valores devem ser comparados com estimativas independentes da biomassa do stock, total e/ou por idade, obtidas por cruzeiros científicos anuais ou a partir da cpue da pesca (recordar [15.18]). A VPA também estima  $\bar{F}$ , a intensidade global de mortalidade por pesca. Pode-se formar uma série de observações anuais, quer fazendo a média anual de todo os  $F_x$  ou apenas dos  $F_x$  de um grupo



etário muito visada pela pesca. Esta série de observações pode ser comparada com o esforço de pesca anual da frota. Não se espera uma coincidência perfeita entre estas séries de estimativas obtidas a partir de fontes diferentes, mas espera-se que as suas *tendências* sejam semelhantes. Os valores de  $F_{ter}$  podem ser iterativamente corrigidos, de forma a maximizar a coincidência entre a VPA e outras estimativas independentes.

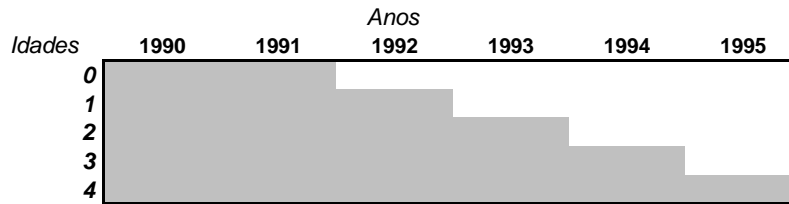


Figura 16.4. Quando a VPA é aplicada às coortes completas da matriz **C** da Fig 16.1, são estimados os valores de  $N_x$  e  $F_x$  das idades/anos sombreados. Os anos 1990 e 1991 são totalmente reconstruídos e podem ser comparados com estimativas independentes da biomassa e do esforço de pesca nesses anos.

Estas comparações entre resultados da VPA e fontes independentes são *obrigatórias*, pois são a única forma de *validar* a VPA. O processo conducente à validação da VPA por sucessivas manipulações dos  $F_{ter}$  é designado por **calibração** da VPA, do inglês “**tuning**”, e pode ser feito de formas muito diversas. Retomo o assunto na secção seguinte.