

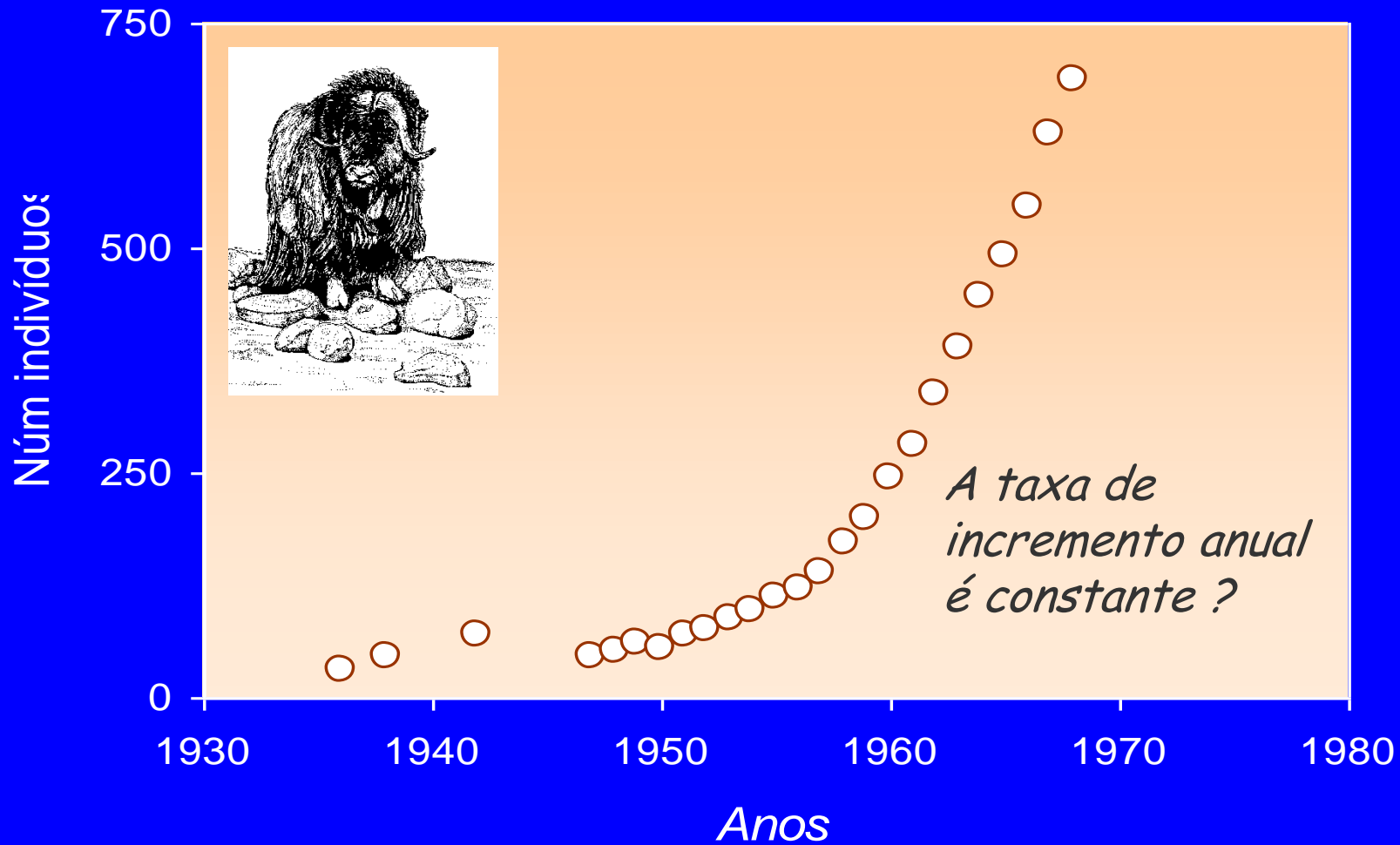
---

# Variabilidade

---

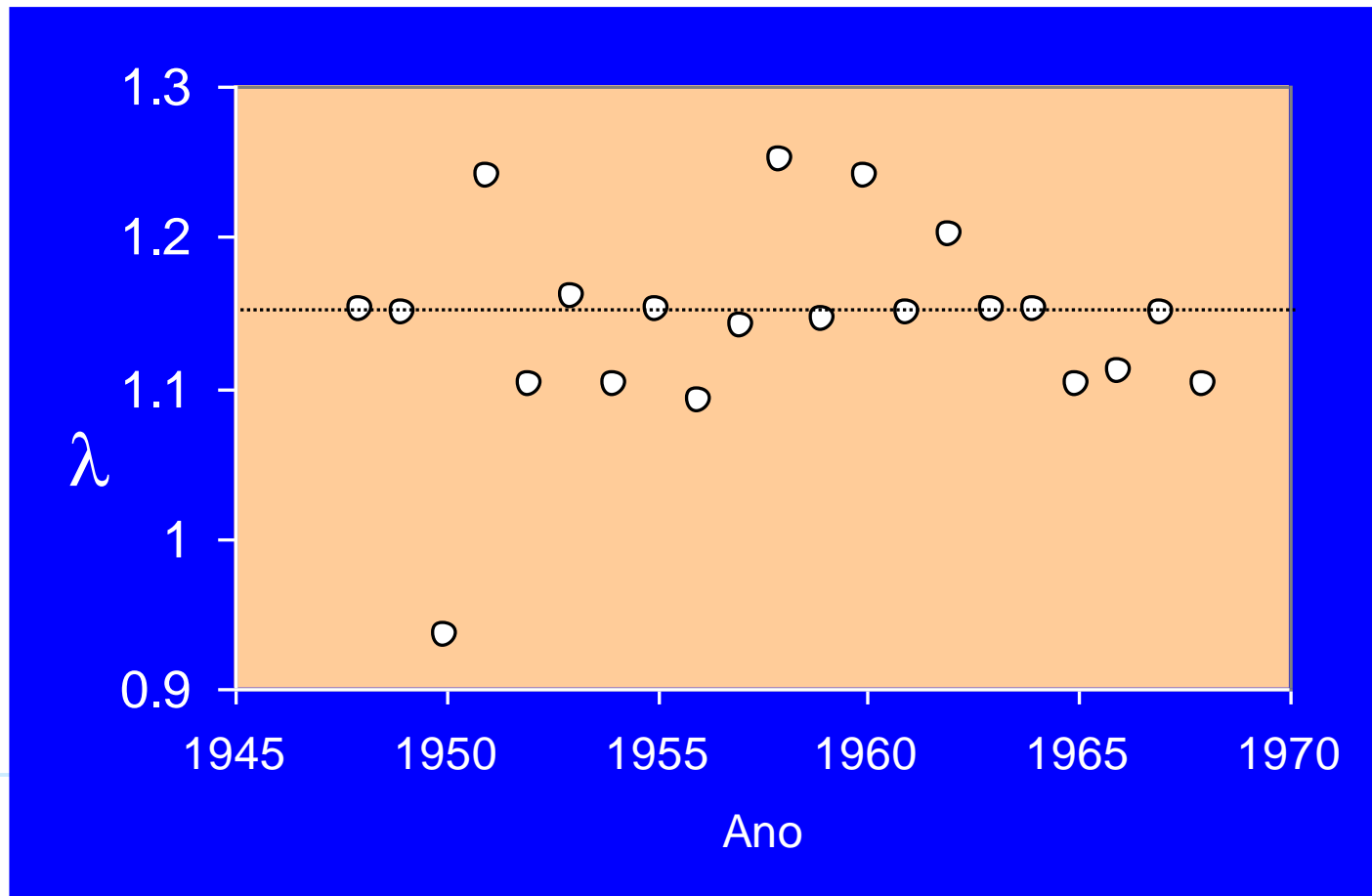
## Módulo 3

# O boi almiscarado revisitado



# Variabilidade em $\lambda$

A taxa  $\lambda = N_{t+1}/N_t$  variou todos os anos em torno do valor médio (a tracejado)



## Pressupostos na projecção de $N_t$ para $N_{t+1}$

1. Em  $N_{t+1} = \lambda N_t$ , podemos usar o valor médio de  $\lambda$   
( $\Rightarrow$  variabilidade de  $\lambda$  não é demasiado alta)

*Podemos negligenciar a variabilidade ambiental que afecta  $\lambda$*

2. A população é suficientemente grande para se poder ignorar a incerteza inerente aos processos de nascimento e morte.

*Podemos negligenciar a estocasticidade demográfica*

---

# Estocasticidade Demográfica (ED)

O nascimento e morte de indivíduos tem características aleatórias.

Não é possível dizer exactamente quantos indivíduos vão nascer e morrer entre  $t$  e  $t+1$ .

Aleatoriedade inerente aos processos de nascimento e morte designa-se por:  
Estocasticidade Demográfica

# Quando é que tenho de me preocupar com a ED ?

Se a população é muito pequena  $\Rightarrow$  risco de extinção por razões aleatórias aumenta.

População pode-se extinguir mesmo se  $\lambda > 1$  !

Expos: Colonização

Populações nas margens da distribuição da espécie

Populações exploradas (caça e pesca)

---

# Modelos determinísticos e estocásticos

## Determinísticos

Usam parâmetros constantes (exemplo:  $\lambda$  constante)

Em geral, as mesmas condições iniciais conduzem ao mesmo resultado

$$(N_0, n) \longrightarrow (N_n)$$

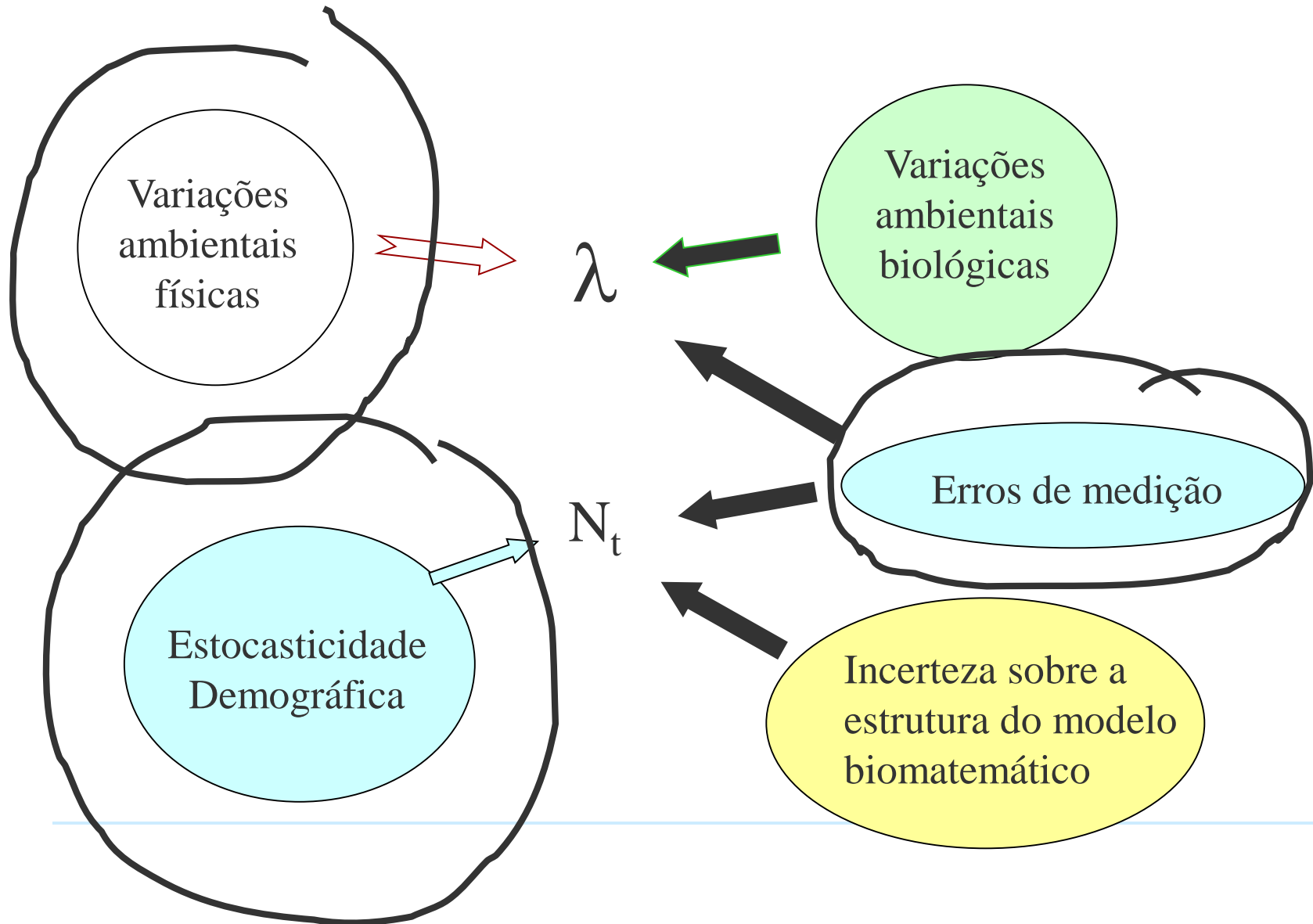
## Estocásticos, aleatórios ou probabilísticos

Usam parâmetros que variam. em geral de acordo com uma distribuição de probabilidades pré-definida.

As mesmas condições iniciais não conduzem ao mesmo resultado

$$(N_0, n) \longrightarrow (N'_n, N''_n, N'''_n, \dots) \text{ DISTRIBUIÇÃO DE RESULTADOS}$$

# Fontes de incerteza sobre $N_{t+1}$

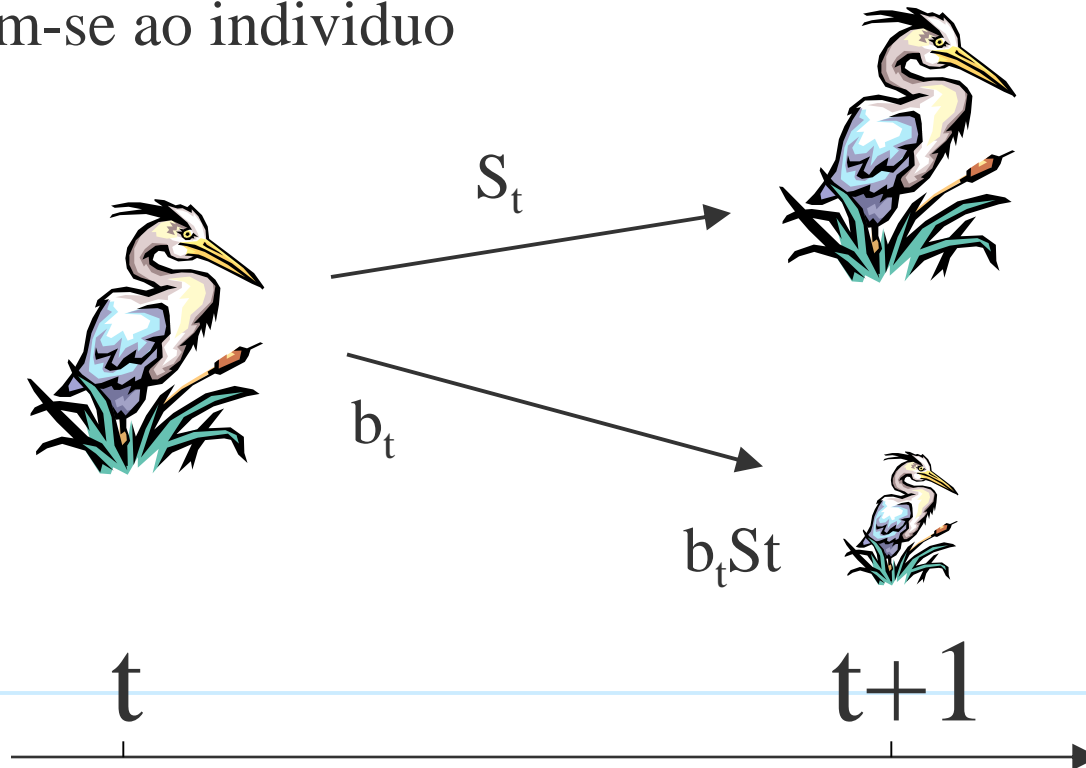




# Probabilidades de sobreviver e numero descendentes por individuo entre t e t+1

$$\lambda = S_t (1 + b_t)$$

Referem-se ao individuo



# Parâmetros do boi almiscarado



$S_t = 0.921$  Probabilidade sobreviver entre  $t$  e  $t+1$

$b_t = 0.246$  Probabilidade de ter 1 filho em  $t$

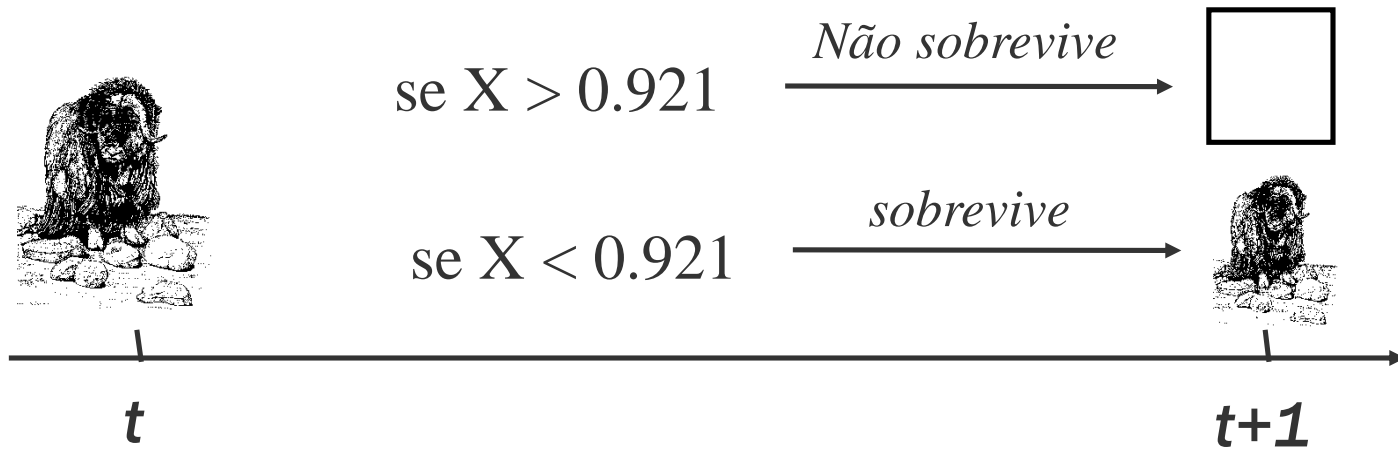
$b_t S_t = 0.227$  Probabilidade do filho estar vivo em  $t+1$

Nunivak Island  
31 indivíduos  
(1936)



# Simulação de ED (sobrevivência)

$X$  é um npa retirado duma distrib. uniforme

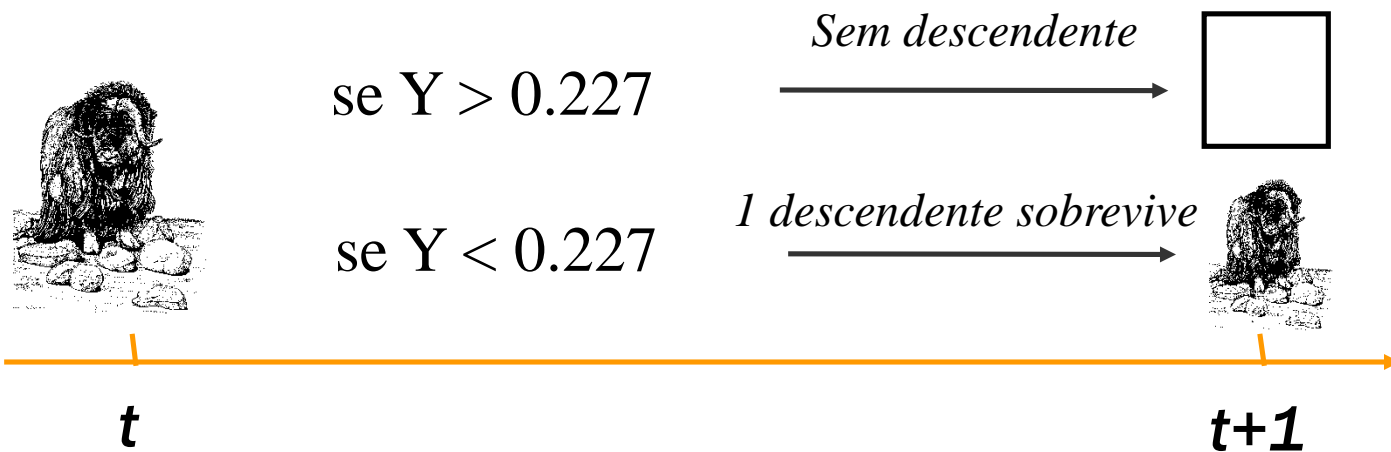


*Repetir para os 31 animais*

# Simulação de ED (natalidade)

*Repetir, simultâneamente, para os 31 animais:*

*$Y$  é um npa retirado duma distrib. uniforme*

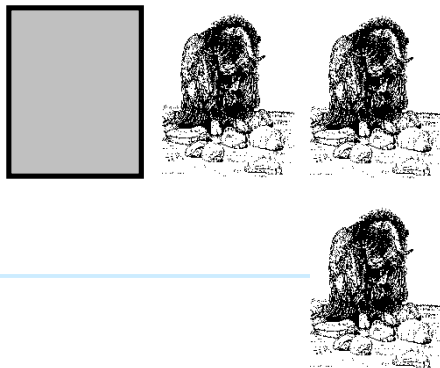


# Repetições

Para 31 animais



Este animal deixa descendente ?  
Sobrevive ?



Repetir 10, 100, 1000, ... vezes

*Cada repetição  
origina um número  
diferente de  
indivíduos em  $t+1$  !*

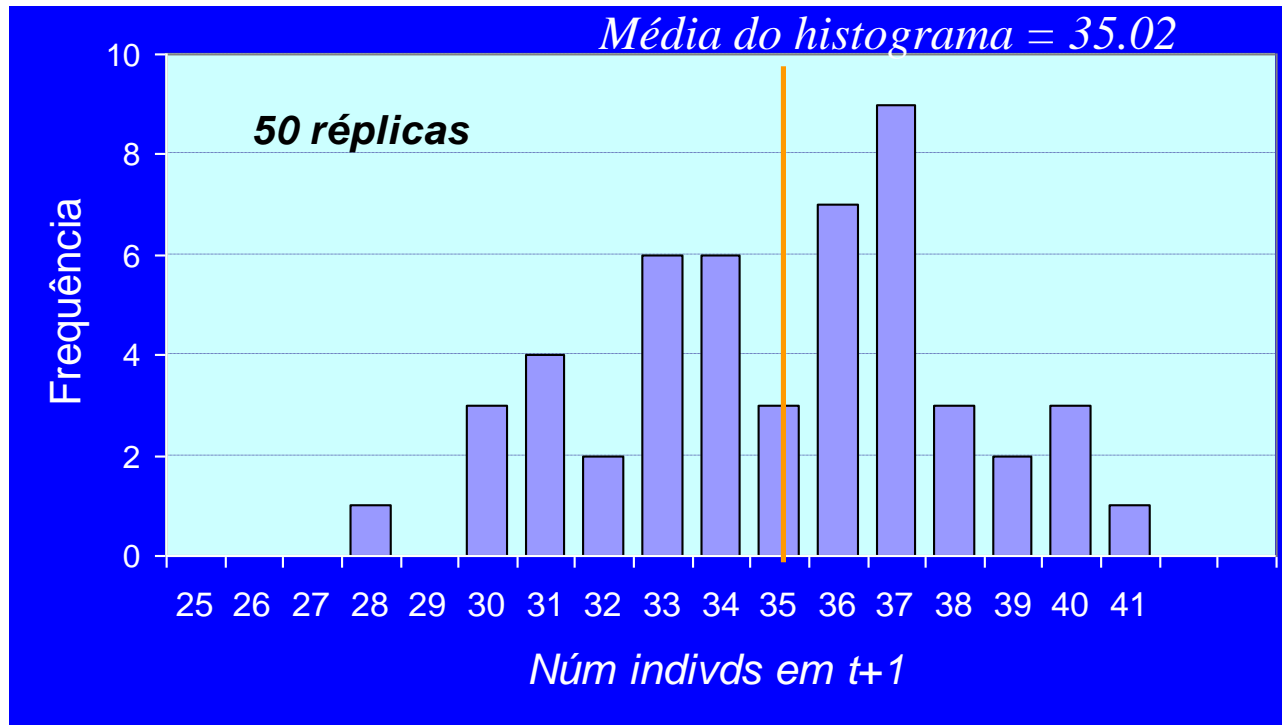
# Simulações: $N_t=31$ , 50 réplicas

Modelo determinístico:

$$N_t = 31$$

$$N_{t+1} = \lambda N_t = (1.148 \times 31) = 35.6$$

*Modelo estocástico*



# Questões a que o modelo estocástico responde

*Por exemplo:*

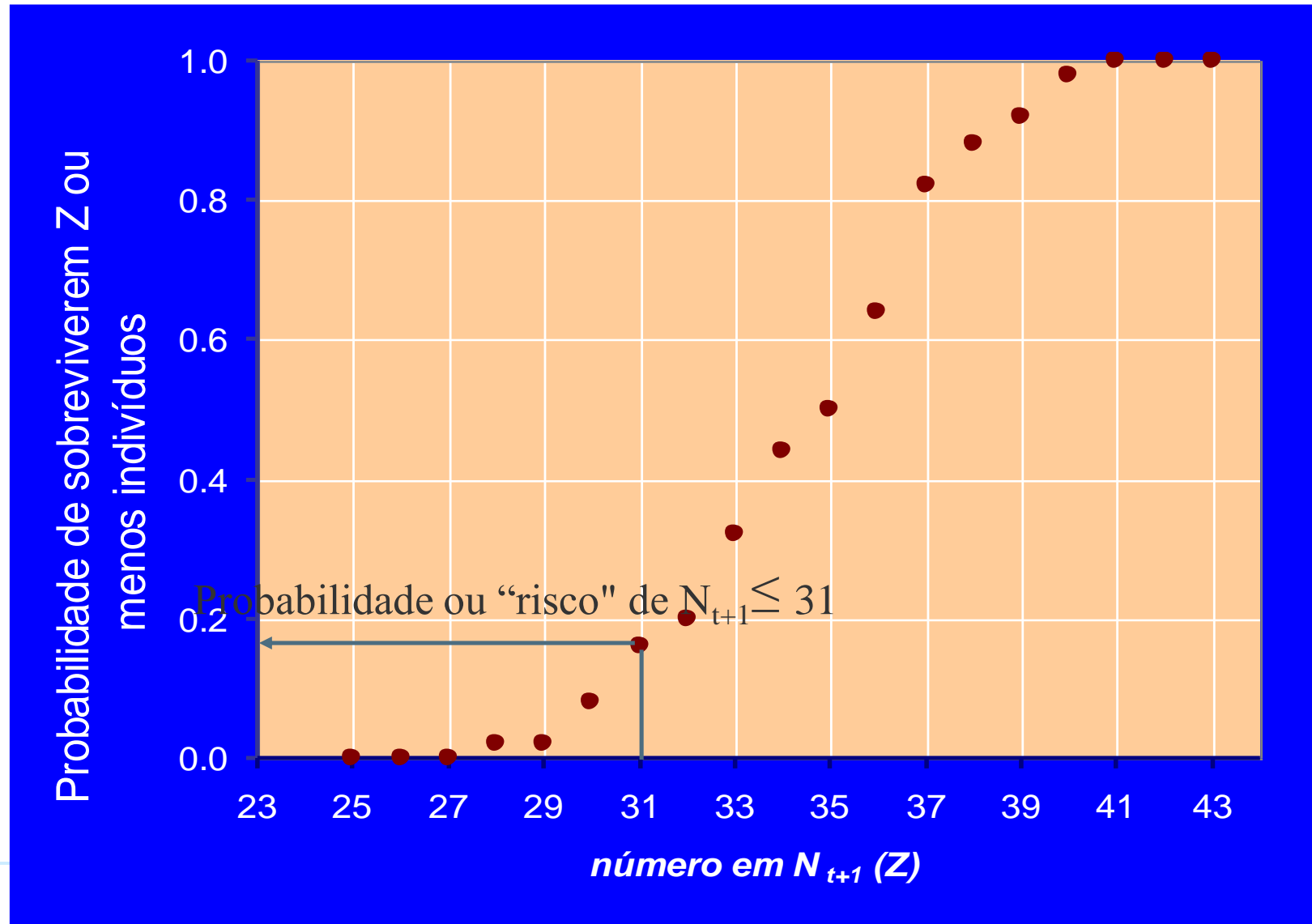
Probabilidade de  $N_{t+1} \leq 31$  indivíduos ?

Probabilidade de a população crescer 10% ou mais ?

Probabilidade de extinção ?

Etc.

# Curva de risco de t para t+1





# “Risco”

Risco = Probabilidade (em geral de um acontecimento adverso) ocorrer num intervalo de tempo

Ex<sup>plos</sup>:

A população descer abaixo de  $x$  indivíduos nos próximos 3 anos

Uma praga ultrapassar a densidade  $Y$  antes de 2010

A população extinguir-se em 100 anos

---

# Simulação de ED (natalidade)

*Repetir, simultâneamente, para os 31 animais:*

*$X$  é o número de filhos por indivíduo em  $(t, t+1)$*

*$b$  é o número médio de filhos por indivíduo em  $(t, t+1)$*

*$P(X = K)$  Distr Poisson( $b$ )*



*$X$  é obtido gerando n.p.a's de Poisson( $b$ )*

*$X = 0, 1, 2, 3, \dots$*

*(Há algoritmos próprios para isto)*



E se  $S_t$  e  $b_t$  também variam ?

Até aqui:  $S_t$  e  $b_t$  constantes

Na realidade:

FACTORES AMBIENTAIS  $\xrightarrow{\text{afectam}}$   $S_t, b_t$  e, portanto,  $\lambda$

A variação ambiental torna  $\lambda$  função de  $t$

Recorde-se que  $N_{t+1} = N_t \lambda$

Admitamos que  $\lambda$  pode variar em cada  $(t, t+1)$ , então:

$$N_{t+1} = N_t \lambda_t$$

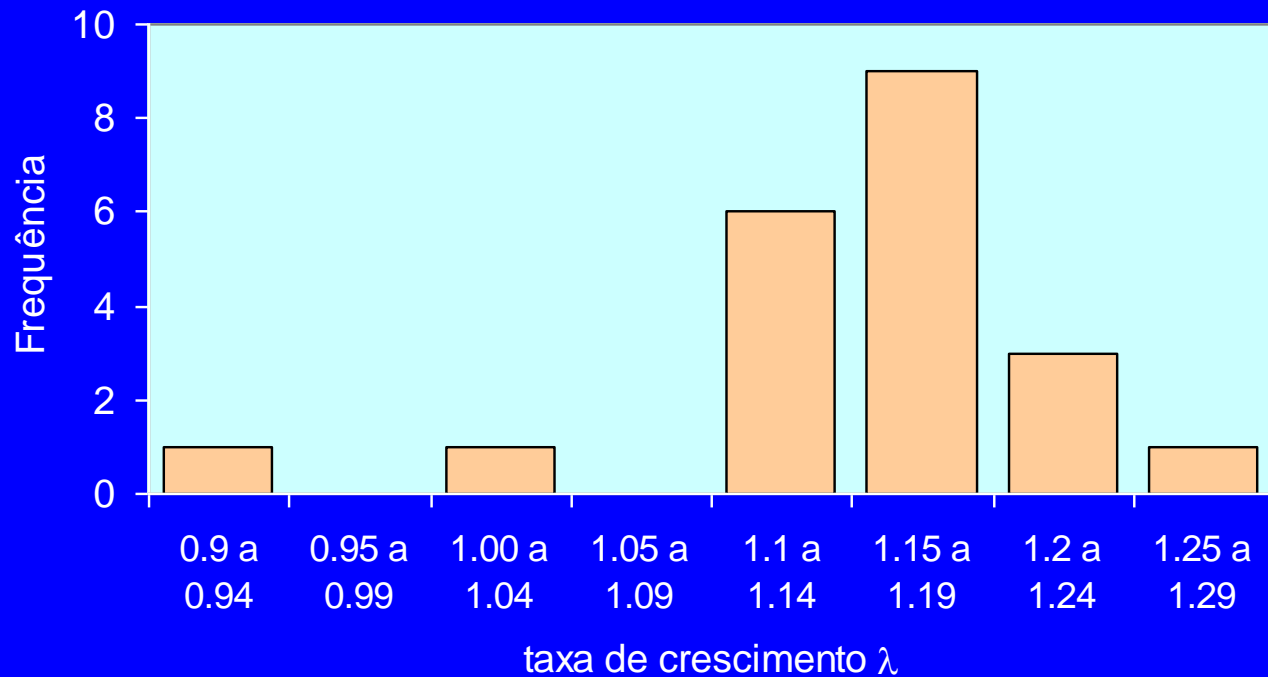
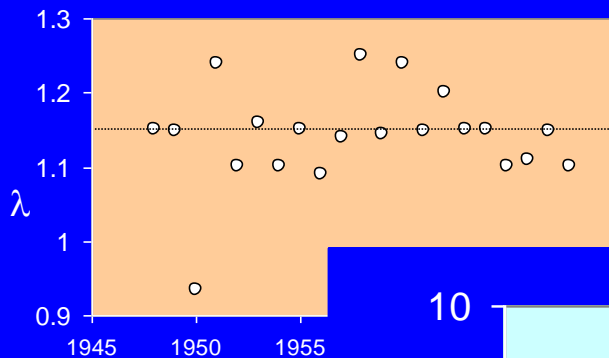
$\lambda$  passa a ser função de  $t$



Como atribuir valores a  $\lambda_t$  em cada intervalo  $(t, t+1)$ ?

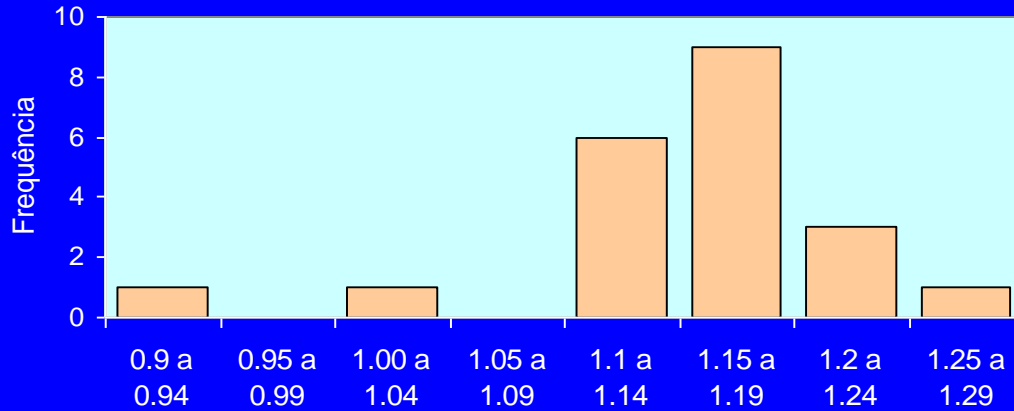
# Distribuição de frequências de $\lambda$

A taxa  $\lambda = N_{t+1}/N_t$  variou todos os anos

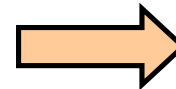
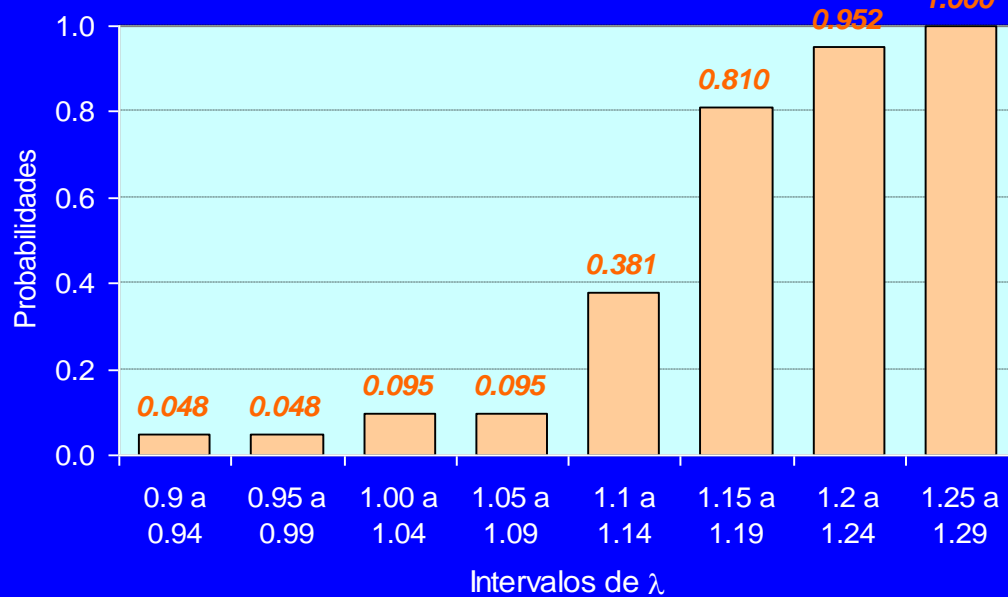


# Atribuição de valores a $\lambda_t$

Frequências absolutas

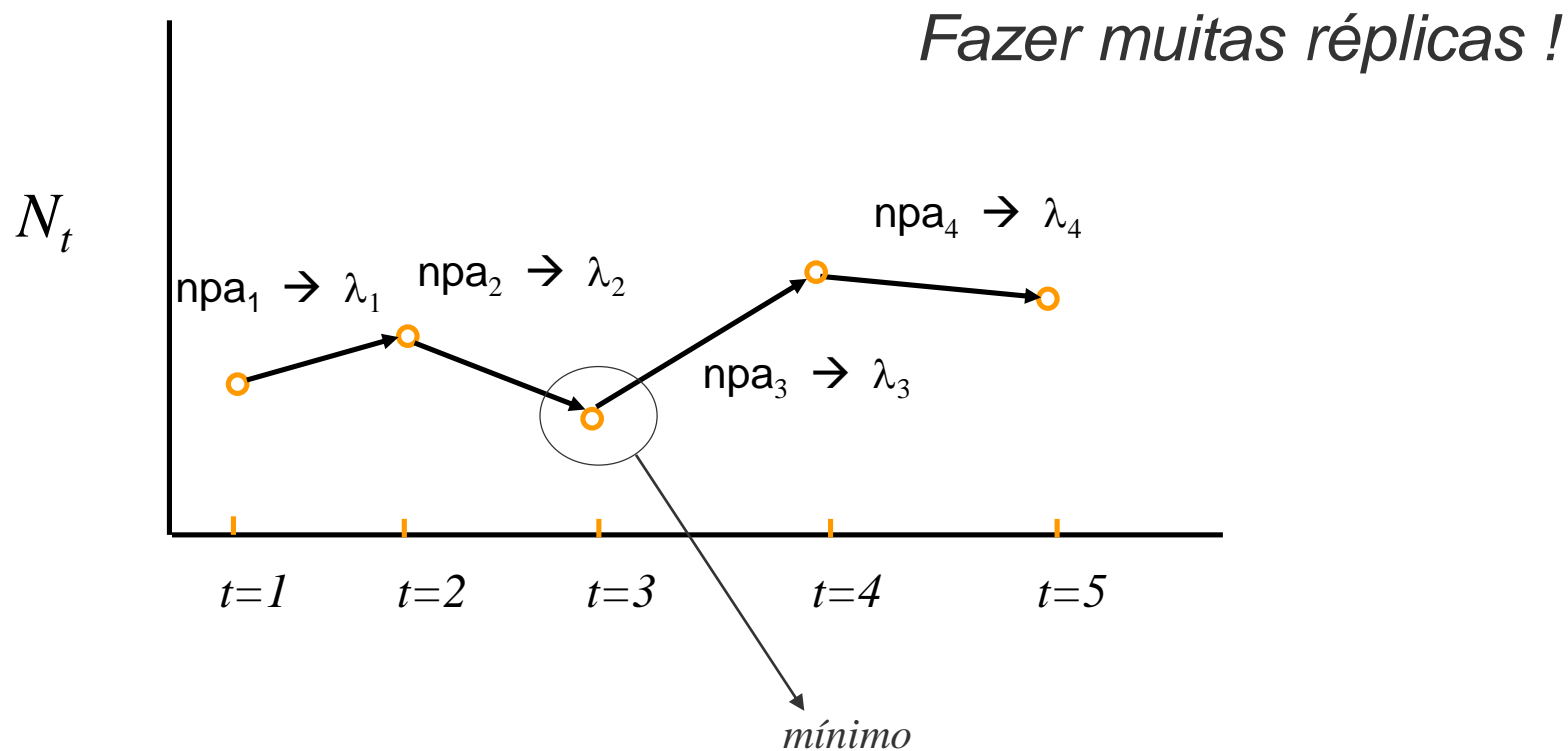


Frequências relativas acumuladas

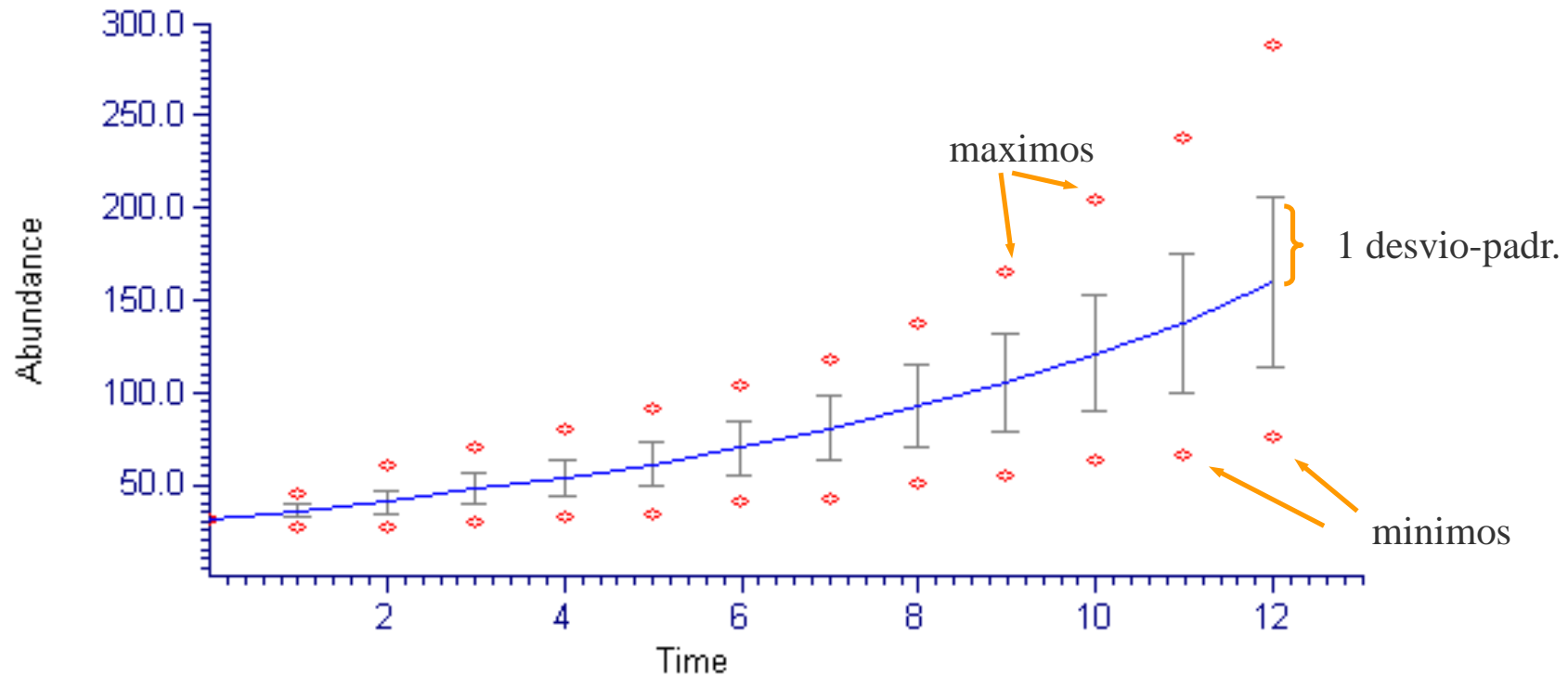


npa	$\lambda_t$
0.00 a 0.048	0.9 a 0.99
0.049 a 0.095	1.00 a 1.09
0.096 a 0.381	1.1 a 1.14
0.382 a 0.810	1.15 a 1.19
0.811 a 0.952	1.2 a 1.24
0.953 a 1.00	1.25 a 1.29

# Simulação dos próximos anos: uma réplica




# Projecções estocásticas da população





# Curvas de risco a prazo

N minimo <i>Nos proximos 10 anos</i>	Frequências		Frequências
	absolutas	Relativas	Cumuladas
15	0	0.00	0.00
16	0	0.00	0.00
17	2	0.00	0.00
18	3	0.00	0.01
19	11	0.01	0.02
20	8	0.01	0.02
21	15	0.02	0.04
22	16	0.02	0.06
23	35	0.04	0.09
24	61	0.06	0.15
25	84	0.08	0.24
26	111	0.11	0.35
27	136	0.14	0.48
28	159	0.16	0.64
29	152	0.15	0.79
30	71	0.07	0.86
31	44	0.04	0.91
32	40	0.04	0.95
33	26	0.03	0.97
34	17	0.02	0.99
35	6	0.01	1.00
36	3	0.00	1.00
37	0	0.00	1.00
	1000	1.00	



# Curvas de risco a prazo

N minimo <i>Nos proximos 10 anos</i>	Frequências	
	absolutas	Relativas
15	0	0.00
16	0	0.00
17	2	0.00
18	3	0.00
19	11	0.01
20	8	
21	15	
22	16	
23	35	
24	61	
25	84	
26	111	
27	136	
28	159	
29	152	
30	71	
31	44	
32	40	
33	26	
34	17	
35	6	
36	3	
37	0	
	1000	

