

Exercice 1

Soit E un ensemble, pour tout $A \in \mathcal{P}(E)$ on désigne par χ_A la fonction indicatrice de la partie A .

1. Montrer que $\forall (A, B) \in \mathcal{P}(E)^2, (A = B) \Leftrightarrow \chi_A = \chi_B$.
2. Montrer que $\chi_{\bar{A}} = 1 - \chi_A$. Puis en déduire les expressions de $\chi_{A \cap B}$, $\chi_{A \setminus B}$, $\chi_{A \cup B}$ et $\chi_{A \Delta B}$ en fonction de χ_A et χ_B .

On rappelle que $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Exercice 2

Une urne contient cinq boules blanches et huit boules noires indiscernables. On tire successivement six boules de l'urne en remettant chaque fois la boule tirée.

1. Quel est le nombre de résultats possibles ?
2. Combien de résultats amènent :
 - a. 5 boules noires et 1 boule blanche dans cet ordre ?
 - b. 1 boule noire au plus ?
 - c. 3 boules blanches et 3 boules noires ?
 - d. 1 boule blanche au moins ?

Exercice 3

Déterminer le nombre de numéros de téléphone à dix chiffres tels que :

1. le numéro est formé de deux chiffres 1, deux chiffres 3 et six chiffres 7 ;
2. le numéro est formé de deux chiffres différents et deux seulement ;
3. le numéro comprend trois chiffres 1 et trois seulement.

Exercice 1

Soient A, B deux parties d'un ensemble E . On pose $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

1. Montrer que $A \triangle B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$.
2. Déterminer $A \triangle A$, $A \triangle E$, $A \triangle \emptyset$.
3. Montrer que $A \triangle B = \overline{A \triangle \overline{B}}$.

Exercice 2

On peint en rouge un cube de 5 cm d'arêtes, puis on le débite en petits cubes de 1 cm d'arêtes.

1. Combien de ces cubes ont :
 - a. 3 faces colorées ?
 - b. 2 faces colorées ?
 - c. 1 face colorée ?
 - d. aucune face colorée ?

On numérote les petits cubes et on les place dans une urne, puis on tire simultanément quatre cubes.

2. Combien de tirages différents sont possibles ?
3. Combien de tirages y-a-t-il contenant exactement deux cubes ayant 3 faces colorées ?
4. Combien de tirages y-a-t-il contenant que des cubes ayant au plus une face colorée ?

Exercice 3

Une urne contient six boules blanches numérotées de 1 à 6 et cinq boules noires numérotées de 1 à 5. On tire successivement quatre boules sans remise.

Combien de résultats amènent trois boules blanches et une boule noire ?

Exercice 1

Soit E un ensemble. Soient A, B, C, D quatre parties de E . Montrer les assertions suivantes :

1. $(A \setminus C) \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$.
2. $(A \setminus C) \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$.
- 3.

$$\left. \begin{array}{l} A \cup B = A \cap C \\ B \cup C = A \cap B \\ A \cup C = B \cap C \end{array} \right\} \Rightarrow A = B = C$$

- 4.

$$\left. \begin{array}{l} A \subset C \\ B \subset D \\ C \cap D = \emptyset \\ A \cup B = C \cup D \end{array} \right\} \Rightarrow A = C \quad \text{et} \quad B = D$$

Exercice 2

Dix livres deux à deux distincts sont placés côte à côte sur une étagère. Quel est le nombre de dispositions qui placent côte à côte trois livres fixés dans cette collection ?

Exercice 3

Un jeu comporte 32 cartes dont 8 couleurs. Une main est constituée de 8 cartes non ordonnées.

1. Quel est le nombre de mains possibles ?
2. Combien de mains contiennent un as au moins ?
3. Combien de mains contiennent au moins un cœur ou une dame ?
4. Combien de mains contiennent que des cartes de deux couleurs au plus ?